

---

---

# Universidad de Guadalajara

---

---

FACULTAD DE AGRONOMIA



NIVEL DE CONOCIMIENTO MATEMATICO DE LOS ALUMNOS  
ASPIRANTES A AGRONOMIA RESPECTO A OTRAS  
INGENIERIAS, EN EL C.V.A.I.

---

---

## TESIS PROFESIONAL

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE  
INGENIERO AGRONOMO  
P R E S E N T A  
FERNANDO GUZMAN GONZALEZ

GUADALAJARA, JAL. ABRIL DE 1990

---

---



**UNIVERSIDAD DE GUADALAJARA**  
FACULTAD DE AGRONOMIA

Sección .....

Expediente .....

Número .....

Diciembre 11 de 1989

C. PROFESORES:

ING. JOSE MA. AYALA RAMIREZ, DIRECTOR  
ING. SALVADOR MENA MUNGUIA, ASESOR  
ING. ADRIAN GOMEZ MEDRANO, ASESOR

Con toda atención me permito hacer de su conocimiento, que habiendo sido aprobado el Tema de Tesis:

" NIVEL DE CONOCIMIENTO MATEMATICO DE LOS ALUMNOS ASPIRANTES A AGRONOMIA RESPECTO A OTRAS INGENIERIAS, EN EL C.V.A.I."

presentado por el (los) PASANTE (ES) FERNANDO GUZMAN GONZALEZ

han sido ustedes designados Director y Asesores respectivamente para el desarrollo de la misma.

Ruego a ustedes se sirvan hacer del conocimiento de esta Dirección su Dictamen en la revisión de la mencionada Tesis. Entre tanto me es grato reiterarles las seguridades de mi atenta y distinguida consideración.

A T E N T A M E N T E  
"PIENSA Y TRABAJA"  
EL SECRETARIO

ING. SALVADOR MENA MUNGUIA

srd'

Al contestar esdr: oficio citese fecha y número



**UNIVERSIDAD DE GUADALAJARA**  
**FACULTAD DE AGRONOMIA**

Sección .....  
Expediente .....  
Número .....

Diciembre 11 de 1989

ING. JOSE ANTONIO SANDOVAL MADRIGAL  
DIRECTOR DE LA FACULTAD DE AGRONOMIA  
DE LA UNIVERSIDAD DE GUADALAJARA  
PRESENTE

Habiendo sido revisada la Tesis del (los) Pasante (es)  
FERNANDO GUZMAN GONZALEZ

titulada:

" NIVEL DE CONOCIMIENTO MATEMATICO DE LOS ALUMNOS ASPIRANTES A AGRO-  
NOMIA RESPECTO A OTRAS INGENIERIAS, EN EL C.V.A.I."

Damos nuestra Aprobación para la Impresión de la misma.

DIRECTOR

ING. JOSE MA. AYALA RAMIREZ

ASESOR

ING. SALVADOR MENA MUNGUIA

ASESOR

ING. ADRIAN GOMEZ MEDRANO

LAS AGUJAS, MUNICIPIO DE ZAPOPAN, JAL. APARTADO POSTAL NUM. 129/TEL. 21-79-92  
srd'

Al contestar este oficio cifres fecha y número

Mi mas sincero agradecimiento a:

LA UNIVERSIDAD DE GUADALAJARA  
por la formación que en ella he adquirido.

Mi director y asesores

ING. JOSE MARIA AYALA RAMIREZ

ING. SALVADOR MENA MUNGUIA

ING. ADRIAN GOMEZ MEDRANO

por sus atinadas consideraciones al presente trabajo.

Al director y al secretario de la Facultad de Agronomía

ING. JOSE ANTONIO SANDOVAL MADRIGAL

ING. SALVADOR MENA MUNGUIA

por las facilidades otorgadas.

Al jefe del C.V.A.I.

ING. SALVADOR DE LEON LOPEZ

por su apoyo al proyecto y desarrollo de la investigación.

A los compañeros profesores

ING. JOSE LUIS DE LA TORRE RAMIREZ

ING. JESUS ARMANDO ROBLES CASAS

ING. GILDARDO BURGOS LOPEZ

ING. JAIME CERDA ROMERO

ING. LUIS ALFONSO CHAVIRA GALLARDO

ING. JUAN MANUEL BATURONI TOLEDO

ING. RAUL BARAJAS HERNANDEZ

por su participación en la realización del trabajo.

A mi esposa

MVZ BARBARA A. JUAREZ REYNOSO

por su apoyo y la mecanografía de este reporte.

# INDICE

1. Introducción . . . . .	1
1.1.- Justificación. . . . .	1
1.2.- Descripción de la población. . . . .	3
2. Objetivos . . . . .	6
3. Hipótesis . . . . .	6
4. Marco teórico. . . . .	7
5. Metodología . . . . .	14
5.1.- Actividades previas al curso de Matemáticas V . . . . .	14
5.2.- Actividades durante el curso de Matemáticas V . . . . .	19
5.3.- Actividades posteriores al curso de Matemáticas V. . . . .	21
5.4.- Requerimientos . . . . .	21
6. Análisis de resultados . . . . .	23
7. Conclusiones y recomendaciones . . . . .	29
8. Resumen . . . . .	33
9. Bibliografía . . . . .	44
10. Apéndices . . . . .	46



ESCUELA DE AGRICULTURA  
BIBLIOTECA

## I. INTRODUCCION.

### 1.1.- Justificación.

Siendo la Universidad de Guadalajara una corporación pública dotada de capacidad jurídica, destinada a cumplir en el campo de la cultura superior la misión que en este orden le corresponde al Estado y teniendo como fines la conservación y transmisión de la cultura, la educación superior, la formación de profesionales y técnicos, la investigación científica y el estudio de los problemas actuales de la convivencia humana y particularmente de México, se ha caracterizado a través de su historia por haber desarrollado una enseñanza científica en contra de la enseñanza dogmática, por pugnar por la educación como instrumento de transformación y no perpetuante y que sea esta educación para la libertad y no para la dominación de las clases desprotegidas de nuestra sociedad.

Por otro lado, dado que la Universidad es del pueblo y para el pueblo, tiene el compromiso social de buscar el pensamiento crítico en él respecto a sus problemas, encabezando así la lucha social por sus derechos. Todo esto es posible solamente si se logra desarrollar una capacidad de reflexión en los alumnos de la institución, en todos los aspectos de su formación, por lo que a esto no escapan los conocimientos técnicos y científicos que en la formación sean adquiridos, lo que implica en otras palabras, que los conocimientos, sean del tipo que fueren, deben ser reflexionados y no adquiridos como meras reglas.

De acuerdo a la experiencia adquirida como profesor de la materia de Matemáticas V (Geometría Analítica), he notado que los alumnos tienen un esquema cognoscitivo respecto al álgebra, al nivel de regla, es decir, sin la debida aprehensión del con-

cimiento correspondiente, razón por la cual, el proceso de aprendizaje de la Geometría Analítica se ve entorpecido, debido a la necesidad de aplicación de desarrollos y conceptos algebraicos - en los nuevos conocimientos.

La mayoría de los profesores que impartimos la materia de Matemáticas V, tenemos tipificados los errores de aplicación del álgebra por parte de los alumnos, tal es el caso de despejar una incógnita de una expresión algebraica, la factorización, etc.; para subsanar estas deficiencias, generalmente recurrimos a la - explicitación de aquellos errores algebraicos que no debe cometer el alumno para que le sea posible ir construyendo los nuevos conocimientos de Matemáticas V. Estas soluciones, aunque resuelven el problema parcialmente, siguen dejando de lado la base conceptual de los mencionados conocimientos algebraicos y es que no se han hecho investigaciones al respecto en los Centros Vocacionales donde se imparten estas materias, lo que impide tener una - tendencia de solución al problema.

Por otro lado, si se toma en cuenta que existen, tan - solo en el Centro Vocacional de Actividades Industriales, alrededor de 85 grupos de Matemáticas V y suponiendo un promedio de 15 alumnos por grupo, vemos que la población estudiantil que se en - encuentra inmersa en este problema es de cerca de 1300 estudiantes, solo de Matemáticas V y si se considera que este mismo problema subsiste en las materias de Matemáticas IV y Matemáticas VI, y - que existen varias dependencias de la Universidad de Guadalajara donde se imparten los mismos programas, es obligado el inferir - la magnitud del problema y con ello la necesidad de hacer investigación al respecto.

Además, en el caso de los alumnos del adiestramiento -

en Propagación de Plantas de Ornato el problema empeora aún más dado que, y esto de acuerdo a interrogatorio verbal hecho a través de los semestres, ellos consideran, a pesar de haberse ubicado en el adiestramiento propedéutico a la carrera de Ingeniero - Agrónomo, que en esta licenciatura no es importante el conocimiento matemático dado que no la conciben como una de las ingenierías.

## 1.2.- Descripción de la población.

Tratando de ubicar esta población dentro del universo llamado nivel medio superior en la Universidad de Guadalajara y - respecto al tema de interés, se dirá que los estudiantes al ingresar a la preparatoria asisten, durante el primer semestre, - exclusivamente a dependencias de este tipo, compartiendo, a partir del segundo semestre, sus horas-aula en dos dependencias distintas que son las escuelas preparatorias y los centros vocacionales, dedicando su asistencia cuatro y dos días a la semana, - respectivamente.

Centros vocacionales existen tres: Centro Vocacional de Actividades Médico-biológicas (C.V.A.M.B.), Centro Vocacional de Actividades Administrativas y Humanidades (C.V.A.A.H.) y Centro Vocacional de Actividades Industriales (C.V.A.I.); siendo este último el de interés en este caso.

Al ingreso de los estudiantes a este Centro Vocacional, en el segundo semestre de su formación media superior, se integran a un periodo propedéutico a los adiestramientos, que en la mayoría de los casos abarca el segundo y tercer semestre, aunque existen algunos adiestramientos, como el de Propagación de Plantas de Ornato, que inicia a partir del tercer semestre, quedando como propedéutico solo el segundo.



En este Centro Vocacional se imparten los adiestramientos en:

- Diseño y Construcción (D.C.)
- Topografía (Top.)
- Máquinas y Herramientas (M.H.)
- Motores de Combustión Interna (M.C.I.)
- Reparación de Motores y Transformadores Eléctricos (R. M.T.E.)
- Reparación de Aparatos Electrónico-domésticos (R.A.E.D.)
- Análisis Químicos (A.Q.)
- Propagación de Plantas de Ornato (P.P.O.)

que como se deduce a partir de sus nombres, cada uno de ellos - tiene un enfoque relacionado con alguna de las licenciaturas en ingeniería que existen en la Universidad de Guadalajara; siendo el adiestramiento en Propagación de Plantas de Ornato el que se encuentra relacionado con la carrera de Ingeniero Agrónomo.

En todos y cada uno de estos adiestramientos se incluye la asignatura de Matemáticas a partir del cuarto semestre, - siendo los temas: Trigonometría para Matemáticas IV, Geometría - Analítica en Matemáticas V y para el caso del sexto semestre, - Cálculo Diferencial. Cabe aclarar aquí que en las escuelas preparatorias se imparten asignaturas de matemáticas de primero a tercer semestre y entre los cuales por cierto, en el segundo semestre el tema de estudio es el Álgebra.

Ahora bien, la carga horaria semanal que los alumnos - cumplen en la gran mayoría de los adiestramientos es de 10 horas en todos los semestres y de éstas, dos horas son dedicadas a la asignatura de matemáticas que les corresponde en ese semestre.

De acuerdo con una encuesta aplicada a los alumnos bajo estudio y cuya concentración se encuentra en el Cuadro No. 3 del

Apéndice B, el 93.7% de ellos tienen una edad que fluctúa entre los 16 y 19 años, el 93% son varones, el 99.4% son solteros, solamente el 35.4% tiene trabajo remunerado, mientras que el 85.4% vive en casa propia. Con estos datos se puede inferir que los alumnos que asisten al bachillerato no pertenecen a los estratos más bajos de la sociedad.

Por otro lado, el 79.1% de los alumnos eligió el Centro Vocacional de Actividades Industriales por ser el área propiamente técnica a la licenciatura que desean cursar, haciendo intersección con el deseo de trabajar en esta rama, dado que el 63.9% expuso esta razón para su elección.

Ahora bien, de la Preparatoria No. 6 y de la Escuela Vocacional es de donde procede la mayoría de los alumnos con 24 y 23.4% respectivamente, mientras que de la Preparatoria No. 2 proviene el 12.7%, de la No. 5 el 12%, de la No. 1 el 6.3%, de la No. 4 el 5.1%, de la No. 7 el 4.4% y de la No. 3 solamente el 1.9%.

En cuanto a los cursos de matemáticas que han llevado en el bachillerato, el 85.4% de los alumnos los considera interesantes, útiles el 89.2% y difíciles solamente el 45.6%, esto coincide de alguna manera con el hecho de que alrededor del 70% no ha presentado examen extraordinario en la materia en alguno de los semestres ya cursados y que aproximadamente el 75% no ha sido irregular en dicha materia.

## 2. OBJETIVOS.

2.1.- Determinar si es o no conveniente que los cursos de Geometría Analítica, en el Centro Vocacional de Actividades - Industriales, deban ser complementados con desarrollos epistemológicos de los conceptos algebraicos utilizados en ellos, para - su mejor aprovechamiento.

2.2.- Determinar si la complementación de los cursos - de Geometría Analítica, con desarrollos epistemológicos de los - conceptos algebraicos utilizados, influye en el nivel de conoci- miento matemático de los posibles aspirantes a la licenciatura - de Ingeniero Agrónomo, respecto a los de otras ingenierías de la Universidad de Guadalajara.

## 3. HIPOTESIS.

3.1.- Es conveniente que los conocimientos matemáticos de la Geometría Analítica, y en general de cualquier nivel mate- mático posterior al álgebra elemental, sean complementados con - los desarrollos epistemológicos de los conceptos algebraicos uti- lizados, para lograr una mejor reconstrucción de los mismos.

3.2.- La complementación de los cursos de Geometría - Analítica con desarrollos epistemológicos de los conceptos alge- braicos utilizados, no influye en el nivel de conocimiento mate- mático de los aspirantes a la licenciatura de Ingeniero Agrónomo, respecto a los de otras ingenierías de la Universidad de Guadala- jara.

#### 4. MARCO TEORICO.

Es común suponer como profesores, que en los alumnos, al transitar por un curso de matemáticas y aprobarlo, no se garantice una simulación del conocimiento matemático. Sin embargo, en el ambiente de los docentes prevalece, en lo general, la concepción de que todo alumno que aprobó algún curso de matemáticas, tiene la construcción lógico-matemática (1) y está preparado para continuar con otro conocimiento más avanzado y por lo tanto es innecesario repetir o vincular lo "aprendido".

Se considera que los alumnos que cursan la asignatura de Matemáticas V (Geometría Analítica) tienen errores de aplicación del conocimiento algebraico adquirido en cursos anteriores y precisamente, en el desarrollo de la investigación, entre otras cosas, es propósito detectar la tendencia de errores de aplicación del álgebra necesaria para construir los nuevos esquemas (2) y apoyar la construcción de éstos a través de anexos epistemológicos, con su explicación, cosa que se considera apropiada ya que (3):

(1) Piaget considera la experiencia lógico-matemática, la que consiste en operar sobre los objetos pero sacando conocimientos a partir de la acción y no de los objetos mismos. Jean Piaget, "El mito del origen sensorial de los conocimientos científicos". En Psicología y Epistemología, Cap. 4, pp 85-112, Edit. Ariel, España 1981.

(2) Se considera un esquema de memoria como un conjunto de conocimientos que describen las propiedades del concepto que representan. Edward A. Silver, "La organización del conocimiento y resolución de problemas matemáticos". Programa Nacional de Formación y Actualización de Profesores de Matemáticas.

(3) García Pérez, J. Roberto, "Reflexiones sobre el trabajo de aula", Trabajo núcleo V: Trabajo de aula realizado en el Programa de Formación de Profesores para la Formación de Recursos Humanos, pp 15-17. Octubre 1988.

- El conocimiento de un objeto o fenómeno no se adquiere por contemplación o es una copia de la realidad, sino que presupone una interacción del alumno con el objeto de conocimiento.

- El conocimiento no se puede transmitir de un objeto a otro (profesor-alumno) en tanto que tiene que mediar la experiencia directa del alumno con el conocimiento, matemático en este caso.

- La construcción del conocimiento matemático implica un proceso de descubrimiento o reconstrucción que se da cuando - el sujeto capta los mecanismos de transformación en su interactuar con el objeto de conocimiento, ya sea integrándolos a sus - estructuras cognoscitivas o modificando éstas.

Sin embargo, lo que sucede es que, como menciona Morris Kline en su libro El fracaso de la matemática moderna: Por qué Juanito no sabe sumar, "En cada caso se les pide (a los alumnos) que imiten lo que el maestro hace. Por tanto, los alumnos - se enfrentan con una variedad desconcertante de procedimientos - que aprenden de memoria a fin de dominarlos". Además, "aunque estos procedimientos contribuyen al objetivo de lograr que los - alumnos realicen operaciones algebraicas, en matemáticas superiores, por lo que los alumnos alcanzan a ver, los temas son inconexos. Son como páginas arrancadas de un centenar de libros diferentes.....".

Por otro lado, y de acuerdo con el propio Kline, " las matemáticas se desarrollan en forma acumulativa y es practicamente imposible aprender los últimos procesos si no se conocen los anteriores", que es, en cierta medida, el problema tratado en este trabajo.

Aunque estos conocimientos no se deben adquirir en la forma que Pascal criticaba en sus Cartas Provincianas (mencionado por Kline) al decir que "el alumno querrá fijar estos términos (matemáticos) en la memoria porque no significan nada para la inteligencia" sino, como ya se mencionó, interactuando con ellos para lograr su reconstrucción.

Es importante explicitar la posición tomada con respecto al origen del conocimiento matemático, su construcción y que necesidades satisface; así, se considera que el conocimiento matemático surge de la necesidad de entender las propiedades y relaciones cuantitativas y espaciales que el ser humano percibe del mundo físico en que vivimos. Sin embargo, a medida que la construcción del conocimiento avanza o adquiere estructuras complejas, los problemas que se abordan trascienden la realidad inmediata; el conocimiento matemático adquiere una cierta "autonomía" sobre la realidad. No obstante, esta autonomía es relativa, pues las raíces de todo conocimiento por abstracto que éste parezca, siempre podrá encontrarse en la realidad; de otro modo, dicho conocimiento carecería de valor.

La construcción del conocimiento matemático combina dos métodos o procesos complementarios, el formal y claramente estructurado (el deductivo), que es ordenado y lógicamente fundamentado y que se utiliza para validar o rechazar los resultados descubiertos mediante el método informal (el inductivo), que incluye varias formas de proceder, tales como la observación, la experimentación, la analogía, la intuición, etc. En el método informal no existe orden ni estructura, no tiene una base lógica sólida, pero éste se utiliza en la fase productiva del conocimiento matemático, para formular problemas y descubrir resultados

terésantes porque, como el propio Kline menciona, "el argumento deductivo no da idea de las dificultades que hubo que superar al hacer por primera vez una demostración formal".

El conocimiento matemático satisface dos tipos de necesidades, prácticas e intelectuales. Las primeras se refieren a la actividad del ser humano como el comercio, la ingeniería, la economía, producción, etc. Las segundas han surgido del espíritu inquieto del pensamiento humano, encontrando en la matemática una fuente inagotable de retos a su capacidad intelectual (García Pérez, ya citado).

La experiencia como profesores de matemáticas nos dice que los hechos de la vida cotidiana no son necesariamente los mejor comprendidos (Piaget, ya citado), esto por el hecho de que el alumno cotidianamente escucha la clase de matemáticas y en algunos casos pregunta, lo cual no garantiza la construcción del conocimiento matemático; se estima que para que éste se dé, es necesario un esfuerzo de coordinación, algo que sobrepase el simple registro perceptivo.

Hay coincidencia con Piaget en el sentido de que la objetividad del conocimiento no se identifica jamás con el contacto perceptivo directo, con el registro pasivo de los hechos. La objetividad coincidirá con el máximo de actividad del sujeto.

El pensamiento en sus comienzos es deformante, porque se basa en consideraciones aisladas de ciertas relaciones, así, el alumno al tener los primeros contactos con el conocimiento (las clases), se forma el esquema de memoria deformante, incompleto, aislado. El progreso en el desarrollo del pensamiento consistirá en la integración de los sistemas de relaciones estructu

rales de conjunto y son éstas las que garantizan la construcción y asimilación del conocimiento. Así, el alumno pasa por dos momentos, con su información previa procesada (esquemas referenciales conceptuales) que en el caso del conocimiento matemático puede ser objetiva -cuando coincide con una teoría matemática-, parcialmente objetiva -con algunos errores conceptuales y lingüísticos- o deformante, así observamos que los alumnos resuelven problemas matemáticos adscritos a ésta última clasificación. En este primer momento el alumno aplica sus esquemas referenciales conceptuales que ha construido en el transcurso de su vida; se insiste que no son completos y que además esto es normal, dado que el conocimiento es inacabado (Karl ).

El segundo momento se caracteriza cuando el alumno, al enfrentarse con nuevos conocimientos matemáticos (Geometría Analítica en este caso), interpreta y codifica esta información, así la elaboración cognoscitiva es un mecanismo a través del cual se procesa la información nueva, y al ponerse en práctica esta estrategia de aprendizaje (Zarzar) el estudiante crea una estructura simbólica que se combina con sus esquemas referenciales conceptuales y el nuevo conocimiento para hacerlo más relevante.

Weinster, Underwood, Wickens y Gubberly amplían el concepto antes mencionado afirmando que, la elaboración cognoscitiva no solo relaciona el nuevo material con el conocimiento previamente adquirido (ya sea directamente o por analogía), sino que construye una serie de relaciones lógicas entre los componentes del nuevo conocimiento, estimulando la creación de inferencias e implicaciones.

Así, la estrategia de construcción de nuevos conocimientos



tos reside en que el alumno le confiera, a la información nueva, más significado mediante la construcción de una relación entre el conocimiento nuevo y el ya asimilado. Las habilidades para llevar a cabo estas relaciones determinan el desarrollo cognoscitivo del individuo.

Al estar cursando la carrera de Ingeniero Agrónomo, tuve la oportunidad de iniciar labores como docente en cursos de Trigonometría, Geometría Analítica y Cálculo Diferencial en el nivel medio superior, logrando así involucrarme en el proceso de enseñanza-aprendizaje desde los dos aspectos, como el alumno y como el profesor, lo que abrió la posibilidad de analizar cómo el alumno adquiere los conocimientos y cómo el profesor los transmite. Esto originó la inquietud de estudiar la posición de especialistas en este asunto y después de algunos cursos y lecturas al respecto, considero, como ya lo mencioné antes en este mismo capítulo, que:

a). Los conocimientos matemáticos no son reconstruidos por el alumno, provocando así la memorización de las reglas que los rigen, en términos de la aprobación del curso, pero sin la conceptualización correspondiente.

b). No se hace una contextualización de los diferentes temas, por lo que el alumno no logra la relación entre los mismos y aparecen a su entender como islas en un gran océano.

c). Al abordar los temas no se parte de situaciones reales, razón por la cual no existe motivación en el alumno y así los cursos de matemáticas son una obligación más a cumplir.

De acuerdo con lo anteriormente expuesto, considero que para que un alumno reconstruya para sí los conocimientos de

Matemáticas V (geometría Analítica), es necesario que éstos sean relacionados, explícitamente y tanto como sea posible, con los conceptos y desarrollos algebraicos que se encuentran implícitos ahí, dado que existen en los alumnos serias deficiencias conceptuales y de lenguaje del álgebra, y a este aspecto es precisamente al que se ha enfocado el proyecto de investigación, lo cual implica que para llevarlo a cabo se tratará de dejar constantes, tanto como se pueda, a toda la gran variedad de factores restantes que influyen en la aprehensión de los conocimientos de la asignatura mencionada.

## 5. METODOLOGIA.

El presente trabajo fué realizado con grupos de quinto semestre de los ocho adiestramientos que se imparten en el Centro Vocacional de Actividades Industriales, durante el semestre 89-B es decir, de septiembre de 1989 a enero de 1990.

Por razones de operatividad del trabajo se tomaron para estudio: 4 grupos del adiestramiento en Propagación de Plantas de Ornato, 1 de Análisis Químicos, 4 de Reparación de Aparatos Electrónico-domésticos, 1 de Reparación de Motores y Transformadores Eléctricos, 1 de Motores de Combustión Interna, 4 de Máquinas y Herramientas, 1 de Topografía y 2 de Diseño y Construcción.

Se consideró conveniente trabajar con el quinto semestre debido a que, respecto al cuarto semestre, éste tiene mayor carga algebraica en sus contenidos y además a este nivel, el alumno ya se ha formado una idea clara del campo de acción de la carrera a la cual apoya el adiestramiento que cursa.

Para llevar acabo este trabajo se realizaron actividades que se pueden clasificar, cronológicamente, en tres etapas; tal y como se muestra en el cronograma del apéndice B y del cual se describen las actividades a continuación.

### 5.1.- Actividades previas al curso de Matemáticas V:

5.1.1.- Tomando en cuenta los contenidos considerados en la materia en cuestión, plasmados éstos en el programa y en los apuntes correspondientes, y de acuerdo con la experiencia de algunos profesores de la materia, se elaboró un test de diagnóstico del nivel de conocimientos algebraicos en los alumnos. Dicho test acompaña al presente reporte en el apéndice A del mismo.

5.1.2.- Considerando los requerimientos algebraicos de la materia de Geometría Analítica y los resultados del test de diagnóstico que aparecen en el Cuadro No. 2 del apéndice B, se elaboraron anexos a los apuntes de la materia en cuestión y que engloban los conceptos aritméticos y algebraicos necesarios para abordar dicho curso. Tales anexos se adjuntan a este documento en el apéndice A.

5.1.3.- Se elaboró además una síntesis de los anexos algebraicos mencionados en la actividad anterior. Dicha síntesis se encuentra en el apéndice A del presente trabajo.

5.1.4.- Se elaboró un sistema de evaluación para el curso de Geometría Analítica con el fin de determinar la calificación para los alumnos, lo que originó la planeación del curso de Matemáticas V y en donde se consideraron seis elementos principales, que están estrechamente relacionados entre sí, pero que para efectos de organización se clasificaron de la siguiente manera:

- Estudio de la bibliografía (apuntes y anexos)
- Tareas (individuales y colectivas)
- Participación por escrito
- Reconocimientos parciales
- Examen ordinario
- Asistencia

Los seis elementos anteriores se describen y justifican a continuación:

Estudio de la bibliografía.

Como se mencionó en el marco teórico, la construcción del conocimiento matemático se da en dos formas: deductiva e inductivamente. Se considera que el método deductivo es aquel orde

nado y lógicamente fundamentado y que se utiliza para validar o rechazar los resultados descubiertos mediante el método informal o inductivo, debido a lo cual se tomó como guía orientadora de este proceso en el alumno, a los apuntes de Geometría Analítica, que como ya se dijo, engloban los contenidos considerados en el programa de la materia. Complementando lo anterior se encuentran los anexos ya mencionados, los que no pretenden ser cursos completos ya aprobados por los estudiantes, sino un simple recordatorio de los mismos.

Para fines de control de lecturas previas al abordaje de los temas, se pidió a los alumnos la entrega de un resumen - por unidad de los apuntes y anexos, trabajo que se cuantificó - con 20 puntos.

#### Tareas.

Se conformaron con los ejercicios que están contenidos en los apuntes de la materia, que por supuesto tienen relación directa con los contenidos de la misma, y donde se consideran distintos grados de dificultad. De éstos, algunos se resolvieron en casa y otros en el salón de clase, de dos maneras: una en forma colectiva o sea por equipos y la otra en forma individual.

La realización de las tareas pretendió permitiera inferir el grado de construcción del conocimiento matemático en cuestión.

Los ejercicios se distribuyeron durante el curso de acuerdo al avance en los contenidos, y su entrega se consideró como la asistencia a la clase.

Al concluir cada unidad se dejaron como tarea unos cuantos ejercicios globalizadores del tema, que sirvieron de base para los reconocimientos y exámenes.

Este rubro tuvo una puntuación de 20.

#### Participación por escrito.

Reconociendo la amplitud del significado de esta palabra, en este caso solo se consideraron las participaciones por escrito de dos formas, la primera cuando el alumno expresa sus dudas teóricas y los obstáculos para resolver las tareas, o bien alguna otra que el profesor considere, lo anterior permitió registrar las dudas epistemológicas y operativas durante el proceso de aprendizaje. A este aspecto se le asignaron 5 puntos.

#### Reconocimientos parciales.

Son aquellos que se aplicaron al terminar la segunda unidad y otro que incluyó el estudio de las cónicas. Las preguntas que los constituyeron se tomaron de los ejercicios globalizadores de cada unidad, teniendo un valor de 15 puntos cada uno.

#### Examen ordinario.

Tuvo, como todos los exámenes de este tipo, la intención de que el alumno plasmara la integralidad de los conocimientos construidos durante el curso. A éste se le asignaron 20 puntos.

#### Asistencia.

Se considera importante la asistencia al curso, ya que la construcción del conocimiento tiene una lógica y programación de los contenidos, a lo cual se le asignó 5 puntos si se cumple con el total, o bien proporcional a su porcentaje de asistencia.

La suma de puntos asignados a los elementos del sistema de evaluación hacen un total de 100, mismo que representa la calificación del estudiante, base del análisis estadístico de esta investigación.

Se consideró en el desarrollo de las clases y para obtener los indicadores de los elementos del sistema de evaluación, tipificar tres tendencias de desarrollo de las sesiones en el aula, la primera consistió en la exposición de los resúmenes elaborados por los alumnos, pretendiendo analizar la teoría del tema correspondiente, así como la demostración de algunos conceptos y teoremas para la reconstrucción de dichos conocimientos matemáticos; también el profesor infirió algunas deficiencias de índole aritmético y algebraico, auxiliándose de dinámicas de grupo. La segunda tendencia se caracterizó por la solución de los problemas incluidos en los apuntes, en grupos de trabajo supervisados por el profesor, obteniendo así las dificultades de índole conceptual lingüístico y operativo, mismas que se aclararon al final de la sesión, así como registraron en una hoja de observaciones para analizarlas después, con el fin de determinar la tendencia de los obstáculos y facilitadores. Por último, en el proceso de enseñanza se llevaron a cabo las sesiones de solución de ejercicios de manera individual, en algunos casos con la asesoría del profesor y en otros sin ésta, cuando se trató de ejercicios de reconocimiento; por supuesto que en estas sesiones también se aclararon dudas y se registraron en la hoja de observaciones.

Estos elementos se registraron en la hoja llamada "Control de evaluación", forma No. 2 en el apéndice A.

5.1.5.- Con el fin de obtener información acerca de la situación socio-económica de los alumnos, por un lado, de la razón por la cual eligieron este Centro Vocacional por otro lado y de su opinión y antecedentes respecto a la materia de Matemáticas se elaboró una encuesta, la cual se presenta en la forma No. 1 del apéndice A.

5.2.- Actividades durante el curso de Matemáticas V.

5.2.1.- Se aplicó el test de diagnóstico a los alumnos de los grupos que participaron en el trabajo. Dicho test aparece en el apéndice A como la forma No. 3.

5.2.2.- Se aplicaron los siguientes tratamientos, uno a cada grupo y con repeticiones:

#### Tratamiento A (testigo)

Los grupos bajo este tratamiento contaron con los apuntes de Matemáticas V, se les aplicó el test de diagnóstico, se les dejaron tareas del problemario incluido en los apuntes y se les aplicaron los reconocimientos parciales.

Las explicaciones para subsanar las deficiencias algebraicas se realizaron, por el profesor, a nivel de reglas decir, sin desarrollo epistemológico.

#### Tratamiento B

A los grupos bajo este tratamiento se les proporcionó lo del tratamiento A, mas una síntesis epistemológica de los anexos que contienen los conceptos algebraicos detectados como deficiencias; asimismo, la explicación de dichos conceptos por parte del profesor, fué al nivel de profundidad considerando en dicha síntesis.

#### Tratamiento C

Los grupos bajo este tratamiento recibieron lo del tratamiento A, mas un desarrollo epistemológico de las deficiencias algebraicas detectadas (anexos) y las explicaciones del profesor fueron a ese mismo nivel de profundidad.

El diseño estadístico planeado para la aplicación de estos tratamientos fué el Bloques al azar, en el cual cada profe



sor, que fungió como el "bloque", aplicó los tres tratamientos, teniendo así con cada docente, una repetición de los tratamientos y como requerimiento mínimo, se consideraron necesarios tres profesores para el trabajo, aunque en realidad participaron seis docentes con tres grupos cada uno. Los tratamientos se asignaron al azar a los grupos de cada profesor, quedando la siguiente distribución:

trat.	grupo	días	turno	adto.	horario	profesor
C	5 C	V	V	M.H.	17-19	
B	5 A	J-S	V	M.H.	17-18	I
A	5 C	V	V	R.A.E.D.	19-21	
B	5 B	J-S	V	D.C.	18-19	
C	5 C	J-S	M	R.A.E.D.	7-8	II
A	5 A	V-S	M	TOP.	8-9	
A	5 A	M-Mi	V	R.A.E.D.	18-19	
B	5 B	L-Mi	V	R.A.E.D.	19-20	III
C	5 C	M-Mi	V	M.H.	16-17	
A	5 B	M-Mi	M	A.Q.	10-11	
C	5 B	J	M	M.C.I.	11-13	IV
B	5 B	V-S	M	R.M.T.E.	9-10 10-11	
A	5 B	M-Mi	M	P.P.O.	7-8	
C	5 B	M-Mi	M	D.C.	11-13	V
B	5 A	J-V	M	P.P.O.	8-9	
A	5 C	L-Mi	M	P.P.O.	7-8	
C	5 B	L-Mi	M	M.H.	9-10	VI
B	5 C	J-S	M	P.P.O.	7-8	

El análisis estadístico se hizo en base a la media de las calificaciones de cada grupo.

Para contrastar la posible influencia de los tratamientos sobre los probables aspirantes a la Facultad de Agronomía - respecto de los aspirantes a otras ingenierías, se obtuvo la media de las calificaciones de los alumnos por adiestramiento y se compararon entre sí mediante la prueba de Duncan para comparaciones múltiples.

5.2.3.- Se aplicó la encuesta socio-económica y de antecedentes respecto a las materias de Matemáticas, a los estudiantes de los grupos que participaron en el presente trabajo y cuyos datos se concentran en el cuadro No. 3 que se presenta en el apéndice B.

5.3.- Actividades posteriores al curso.

5.3.1.- Con la información obtenida de las etapas anteriores se hizo el análisis estadístico de los resultados para contrastar la veracidad de las hipótesis propuestas, así como las comparaciones mencionadas en la actividad 5.2.2 .

5.3.2.- Se elaboraron las conclusiones y recomendaciones pertinentes a partir del análisis de los resultados.

5.3.3.- Se elaboró el reporte de la investigación.

5.4.- Requerimientos.

De acuerdo con la metodología de trabajo expuesta y por las necesidades del diseño experimental, fué indispensable que los profesores que participaron en el proyecto contaran, cuando menos, con tres grupos de Matemáticas V cada uno.

Por otro lado, dada la necesidad de reproducción de material impreso, se tuvieron los siguientes requerimientos:

concepto	págs	estén	grupos	juegos	hojas a imprimir
Test de diagnóstico	2	2	18	360	720
Anexos	32	32	6	120	3,840
Síntesis de anexos	5	5	6	120	600
Reconocimientos parcia <u>l</u> les	10	10	18	360	3,600
Encuesta	1	1	18	360	360
TOTALES		50			8,920

Cabe mencionar que para las cantidades del cuadro anterior, dado que su elaboración se planeó antes del curso, se consideraron los 18 grupos de los seis profesoras participantes y se supuso un promedio de 20 alumnos por grupo.

Aunado a los requerimientos anteriores se consideró necesario contar con un folder tamaño carta por grupo, para el archivo de sus datos.

## 6. ANALISIS DE RESULTADOS.

Se iniciará este capítulo con el análisis de los resultados obtenidos del test de diagnóstico que por su importancia en términos de los conceptos contemplados en él, resulta imprescindible hacer algunos comentarios al respecto dado que, como se mencionó antes, la impresión original del problema de aprendizaje de la Geometría Analítica estriba precisamente y en gran parte en la aprehensión de estos conceptos.

La concentración de los resultados de dicho test se encuentra en el Cuadro No. 1 del apéndice B y respecto a esos datos es que se harán las reflexiones que aparecen a continuación.

Cabe aclarar primeramente que de 330 alumnos que conformaron los 18 grupos bajo estudio, solo 157 se sometieron al test de diagnóstico, esto debido a que dicho test se aplicó en la primera clase del curso, a la cual generalmente la asistencia es muy pobre en todos los grupos.

Tal vez el primer uso que les damos a los números en nuestra vida y muy posiblemente la primera necesidad que tuvieron nuestros ancestros, es y fué contar, además es lo primero que aprendemos de las matemáticas, por lo que sería lógico suponer que si los números Naturales nos sirven para eso precisamente, al nivel que se aplicó este trabajo si no todos, al menos la gran mayoría de los alumnos debería tenerlos muy claramente identificados, sin embargo de acuerdo con los datos del Cuadro No. 1 (punto 1, inciso a), solo aproximadamente el 63% de ellos los hace y practicamente el 37% carece de dicho concepto.

Respecto a los Enteros (punto 1, inciso b) y a la operación suma con ellos (punto 4, inciso a) se encuentran datos -

contradictorios porque por un lado solo poco más del 26% tienen el concepto, sin embargo poco más del 80% opera correctamente con ellos. Esta contradicción se puede decir que no aparece en el caso de los Racionales (punto 1, inciso c) y su operación (punto 4, inciso b) dado que los porcentajes son muy parecidos, aproximadamente 20 y 30% respectivamente.

Por otro lado, pocos son los que tienen los conceptos de número Irracional y número Real, aproximadamente 3 y 9% respectivamente, según el cuadro.

En cuanto a los signos de operación (punto 2, inciso a) poco más del 70% los distingue, sin embargo, en cuanto a las Leyes de los signos (punto 4, inciso c) solo poco más del 32% opera adecuadamente con ellos; algo similar sucede con los signos de agrupación (punto 2, inciso c) respecto a su operación (punto 4, inciso a) cuyos porcentajes respectivos son aproximadamente 89 y 33%.

En cuanto a los signos de relación casi el 74% los distingue, pero cabe mencionar que muchas de las respuestas no consideraban el signo de "igual" como un signo de relación.

En los conceptos relacionados con "término algebraico" (punto 3, inciso a, b, c y d), las cosas se presentan estimulantes dado los porcentajes respectivos. Cosa totalmente contraria sucede en las operaciones con potencias (punto 4, inciso e) y con raíces (punto 4, inciso g) dado que aproximadamente solo el 53 y 20% respectivamente, operan correctamente en estos casos.

Mención especial merece la división de  $\frac{0}{c}$  y  $\frac{c}{0}$  (punto 4, inciso f) dado que menos del 10% contestaron bien estas preguntas, lo cual indica que no se tiene el concepto de la operación de división.

De acuerdo con los resultados descritos hasta el momento, es de esperarse el porcentaje de solamente poco más de 40 para los alumnos que si despejan correctamente una incógnita de una expresión algebraica.

Habrí que decir respecto al inciso b del punto cinco, que no fué posible hacer la concentración correspondiente debido a que la estructura del test en esos puntos no lo permitió.

En cuanto a la encuesta socio-económica, es importante mencionar que el número de alumnos encuestados no corresponde con todos los alumnos que conforman los grupos bajo estudio, dado que por razones de falta de hojas no fue posible imprimir el número adecuado de encuestas y de los dieciocho grupos en cuestión, solo se encuestaron diez, que son los que aparecen concentrados en el mencionado Cuadro No. 3 del Apéndice B.

Pasando ahora al análisis de las calificaciones finales de los alumnos de los grupos en estudio, se hace la aclaración de que se tomó la primera de las calificaciones registradas, es decir, que hubo alumnos por ejemplo, con 50 de calificación en ordinario y 80 en extraordinario, esto debido a su examen y que de estas se tomó el 50, así también existieron aquellos casos en que no tuvieron calificación de ordinario debido a que no obtuvieron el derecho a presentarlo dado su porcentaje de asistencia, y en estos casos se tomó su calificación de extraordinario.

Los datos que se presentan a continuación son las medias de calificaciones por grupo arreglados de acuerdo al tratamiento que les correspondió y conforme al profesor que se hizo cargo de ese grupo. Este arreglo corresponde con las necesidades del diseño experimental "Bloques al azar" que, como ya se ha men

cionado, se planeó para el presente trabajo:

P R O F E S O R E S						
TRAT.	I	II	III	IV	V	VI
A	78.33	62.69	70.88	73.89	52.11	70.62
B	73.16	78.05	69.17	78.33	62.87	52.14
C	73.12	66.67	66.92	57.83	62.68	78.33

El análisis de varianza correspondiente se presenta a continuación:

FUENTE DE VARIACION	gl	SUMA DE CUADRADOS	CUADRADO MEDIO	F <sub>c</sub>	F <sub>t</sub> (0.25)	
BLOQUES	5	393.8977	78.7795	1.004	1.59	
TRATAMIENTOS	2	39.2997	19.6498	0.2505	1.60	NS
ERROR EXPERIMENTAL	10	784.4049	78.4405			
TOTAL	17	1217.6023				

Para el análisis anterior, y dado que se trata de una investigación en el campo social, se considero conveniente utilizar un nivel de seguridad del 75%, sin embargo, como se puede observar, estadísticamente no existe diferencia significativa entre los tratamientos aplicados.

Por otro lado, para poder comparar al adiestramiento de Propagación de Plantas de Ornato, que incluye a los aspirantes a la Facultad de Agronomía, y tomando en cuenta que, a la vez que no hubo diferencia significativa entre los tratamientos

y que no participó el mismo número de grupos por adiestramiento en el trabajo, se obtuvo la media de calificaciones por adiestramiento, a fin de aplicar la prueba de Duncan para comparaciones múltiples; los resultados ya ordenados ascendentemente, fueron - los siguientes:

MCI	PPO	TOP	DC	RAED	MH	AQ	RMTE
57.83	59.44	62.69	69.6	70.57	71.78	73.89	78.33

A estos datos se les calculó su desviación estandar - que resultó ser  $S\bar{X} = 7.2678$ , que es necesaria para calcular los Rangos Mínimos Significativos (RMS) tomando en cuenta también - los Rangos Significativos de Student (RSS) con una seguridad del 95%, de lo cual resultó la siguiente tabla:

RANGO	2	3	4	5	6	7	8
RSS	3.35	3.47	3.54	3.58	3.60	3.61	3.61
RMS	24.35	25.22	25.73	26.02	26.16	26.24	26.24

Se presenta a continuación las diferencias correspondientes para comparar con los Rangos Mínimos Significativos de la tabla anterior.

RMTE - MCI = 20.5	AQ - MCI = 16.06
RMTE - PPO = 18.89	AQ - PPO = 14.45
RMTE - TOP = 15.64	AQ - TOP = 11.2
RMTE - DC = 8.73	AQ - DC = 4.29
RMTE - RAED = 7.76	AQ - RAED = 3.32
RMTE - MH = 6.55	AQ - MH = 2.11
RMTE - AQ = 4.44	



MH - MCI = 13.95	RAED - MCI = 12.74
MH - PPO = 12.34	RAED - PPO = 11.13
MH - TOP = 9.09	RAED - TOP = 7.88
MH - DC = 2.18	RAED - DC = 0.97
MH - RAED = 1.21	

DC - MCI = 11.77	TOP - MCI = 4.86
DC - PPO = 10.16	TOP - PPO = 3.25
DC - TOP = 6.91	

PPO - MCI = 1.61

Haciendo las comparaciones correspondientes, se concluye que estadísticamente no existe diferencia significativa entre los niveles de conocimiento matemático de los alumnos de los diferentes adiestramientos.

## 7. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.

Este punto se abordará considerando dos aspectos, lo que se refiere al planteamiento y desarrollo del trabajo y lo correspondiente a sus resultados.

En lo que respecta al primer aspecto, se concluye que existieron varias deficiencias tanto de planeación como de desarrollo, además de las dificultades administrativas que implica la aplicación del proyecto planteado.

Por una parte, fué muy difícil conjuntar un grupo de profesores que contaran con tres grupos de la materia de Matemáticas V y que además dispusieran del tiempo suficiente para desarrollar las tareas extras que el trabajo suponía y por otra, algunos de los formatos utilizados presentaron deficiencias; tal es el caso de la Forma No. 1 del apéndice A en la cual por el planteamiento de la última pregunta, no permite obtener resultados claros dado que confunde al alumno la pregunta de que si fue irregular en el primer semestre, porque se supone que al iniciar los estudios de bachillerato, todos los alumnos son regulares. Otra deficiencia de formato es la que se aprecia en la Forma No. 3 del mismo apéndice que corresponde con el test de diagnóstico y en el cual, también la última pregunta impide clasificar adecuadamente, debido a su planteamiento, la razón por la cual no se despeja correctamente.

Además existieron dificultades respecto al suministro adecuado de formas, en cuanto al número se refiere, dado que hubo insuficiencia de material para impresión en algunos casos y en otros el proceso se dió extemporaneamente en comparación con lo planeado.

Por lo anterior, sería recomendable afinar los detalles que no se desarrollaron adecuadamente y repetir el trabajo en condiciones de mejor planificación y con alumnos del calendario A y del calendario B, además de que se diera mayor apoyo para que los profesores participantes pudieran dedicar más tiempo al proceso.

En lo que se refiere a los resultados obtenidos, existen dos cuestiones a tratar, una respecto a los tratamientos y la otra la comparación del adiestramiento en Propagación de Plantas de Ornato con los demás que se cursan en el Centro Vocacional de Actividades Industriales.

A pesar de que el análisis estadístico no determina diferencia significativa entre los tratamientos, considero que esto se debió a que el proceso no se pudo llevar a cabo tal y como se había planeado y que en realidad, debido a esto, no hubo diferencia sustancial en el trabajo desarrollado por los grupos pertenecientes a diferentes tratamientos. Esto se apoya en el hecho de que, por poner un ejemplo, el 80% de los alumnos saben sumar enteros, mientras que el conjunto de enteros solo lo distingue el 26%, lo que indica que muchos de los conceptos matemáticos no son claros en el alumno y solamente ha aprendido a trabajar mecánicamente con ellos pero sin razonamiento del porqué lo hace. Esto lleva a concluir la conveniencia de aplicar de nuevo el proceso aunque con mayor cuidado y detalle, tal y como ya se mencionó.

Por lo que respecta a la comparación del adiestramiento en Propagación de Plantas de Ornato, aunque la prueba de Duncan arroja un resultado de no diferencia significativa entre los adiestramientos, dicho adiestramiento es el segundo más mal ubicado con un promedio reprobatorio, solo por encima del de Motores

de Combustión Interna; la posible explicación a esto, y basándose en el común comentario de los alumnos, es que la carrera de Agronomía no se entiende como una ingeniería y de ahí el desinterés por la materia de matemáticas; esto se debe obviamente al desconocimiento del campo de acción y los requerimientos de la carrera, por lo que sería recomendable una campaña de información al respecto.

Además de las recomendaciones del trabajo en sí, ya presentadas, y a pesar de los resultados estadísticos obtenidos, considero conveniente hacer las siguientes proposiciones para el desarrollo del curso de Geometría Analítica en el Centro Vocacional de Actividades Industriales:

Primeramente, debe contarse con apoyos bibliográficos y didácticos para el curso, de tal forma que el alumno pueda leer con anticipación el tema de la clase y de esta manera se establezca una discusión al respecto y no una explicación por parte del profesor; en este sentido el profesor será el moderador y guía de dicho debate.

Por otro lado, el ingrediente motivador debe ser, en todo lo posible, un problema o inquietud real de los estudiantes, buscando con ello que el alumno sienta la necesidad del conocimiento matemático que está por tratarse; esto obligará a que el trabajo en el salón de clases se haga en ocasiones individualmente y otras veces en equipos, dependiendo de la afinidad de intereses respecto al problema o inquietud que los alumnos tengan.

Es importante que al tratar algún tema en particular, este se lleve de lo intuitivo a lo formal dando prioridad a la conceptualización respecto a la mecanización del conocimiento, debiendo quedar todo perfectamente explícito y en los casos don-

de se requiera el uso de algún conocimiento previo y este no sea claramente recordado por el alumno, deberá hacerse la retroalimentación correspondiente; en este sentido debe especificarse claramente el concepto previo que se está utilizando a fin de contextualizar los conocimientos y que no se sientan como entidades totalmente separadas.

Lo anterior conlleva obligadamente a que la calificación del alumno resulte de todo un proceso, que en tiempo corresponde con el semestre, y no de uno o dos reconocimientos o exámenes que, dicho sea de paso, generalmente reflejan poco o nada de lo que el alumno ha aprendido de un tema.

## 8. RESUMEN.

### 8.1.- Introducción.

#### 8.1.1.- Justificación.

Como la Universidad de Guadalajara se ha caracterizado a través de su historia por haber desarrollado una enseñanza científica, en contra de la enseñanza dogmática y dado que es del pueblo y para el pueblo, tiene el compromiso social de buscar el pensamiento crítico en él y esto solo es posible si los conocimientos son reflexionados y no adquiridos como meras reglas.

De acuerdo a la experiencia como profesor de la materia de Matemáticas V, he notado que los alumnos tienen un esquema cognoscitivo respecto al álgebra al nivel de regla, razón por la cual el proceso de aprendizaje de la Geometría Analítica se ve entorpecido. Para subsanar estas deficiencias generalmente recurrimos a la explicitación de aquellos errores algebraicos que no debe cometer el alumno; estas soluciones siguen dejando de lado la base conceptual de los mencionados conocimientos algebraicos.

Por otro lado vemos que alrededor de 1300 estudiantes de Matemáticas V en el Centro Vocacional de Actividades Industriales se encuentran inmersos en este problema que subsiste también en Matemáticas IV y VI y que existen varias dependencias de la Universidad de Guadalajara donde se imparten los mismos programas, lo que obliga a inferir la magnitud a dicho problema. El caso de los alumnos del adiestramiento en Propagación de Plantas Ornato es peor, dado que ellos no conciben a la carrera de Ingeniero Agrónomo como una Ingeniería.

#### 8.1.2.- Descripción de la población.

Tratando de ubicar esta población dentro del universo

llamado nivel medio superior en la Universidad de Guadalajara, - los estudiantes comparten, a partir del segundo semestre, sus horas aula en dos dependencias distintas que son las escuelas preparatorias y los centros vocacionales. Al ingreso de los alumnos al Centro Vocacional de Actividades Industriales, se integran a un periodo propedéutico a los adiestramientos, que en la mayoría de los casos abarca el segundo y tercer semestre.

En este Centro Vocacional se imparten ocho adiestramientos teniendo en cada uno un enfoque relacionado con algunas de las ingenierías que existen en la Universidad de Guadalajara, - siendo el adiestramiento en Propagación de Plantas de Ornato el que se encuentra relacionado con la carrera de Ingeniero Agrónomo.

En todos y cada uno de estos adiestramientos se incluye la asignatura de matemáticas a partir del cuarto semestre, - siendo la Geometría Analítica el tema del quinto semestre. La carga horaria semanal dedicada a esta asignatura es de dos horas.

Ahora bien, de acuerdo con una encuesta aplicada a los alumnos bajo estudio, la mayoría tiene entre 16 y 19 años de edad, son varones, solteros y tiene casa propia, mientras - que solamente alrededor de la tercera parte tiene trabajo remunerado.

En cuanto a los cursos de Matemáticas que han llevado en el bachillerato, la mayoría los considera interesantes y útiles, mientras que poco menos de la mitad los considera difíciles.

## 8.2.- Objetivos.

8.2.1.- Determinar si es o no conveniente que los cursos de Geometría Analítica sean complementados con desarrollos epistemológicos de los conceptos algebraicos utilizados.

8.2.2.- Determinar si la complementación de los cursos de Geometría Analítica influye en el nivel de conocimiento matemático de los posibles aspirantes a la carrera de Ingeniero Agrónomo, respecto a otras ingenierías.

### 8.3.- Hipótesis.

8.3.1.- Es conveniente que los conocimientos matemáticos de la Geometría Analítica sean complementadas con los desarrollos epistemológicos de los conceptos algebraicos utilizados.

8.3.2.- La complementación de los cursos de Geometría Analítica no influye en el nivel de conocimiento matemático de los aspirantes a la licenciatura de Ingeniero Agrónomo, respecto a otras ingenierías.

### 8.4.- Marco teórico.

En el ambiente de los docentes prevalece la concepción de que todo alumno que aprobó algún curso de matemáticas, tiene su construcción lógico-matemática y es innecesario repetir o vincular lo aprendido.

Se considera que los alumnos que cursan la asignatura de Matemáticas V tienen errores de aplicación del conocimiento algebraico adquirido en cursos anteriores, por lo que es propósito apoyar la reconstrucción de éstos através de anexos epistemológicos, cosa que se considera apropiada ya que:

- El conocimiento de un objeto o fenómeno no se adquiere por contemplación.

- El conocimiento no se puede transmitir de un objeto a otro.

- La construcción del conocimiento matemático implica un proceso de descubrimiento o reconstrucción.



Sin embargo, lo que sucede es que a los alumnos se les pide que imiten lo que el maestro hace y muchas veces, por lo que los alumnos pueden ver, los temas son inconexos.

Por otro lado, en matemáticas es casi imposible aprender los últimos procesos si no se conocen los anteriores y estos conocimientos deben darse interactuando con ellos para lograr su reconstrucción.

Se considera que el conocimiento matemático surge de la necesidad de entender las propiedades y relaciones cuantitativas y espaciales que el ser humano percibe del mundo físico; las raíces de todo conocimiento por abstracto que este parezca, siempre podrá encontrarse en la realidad.

La construcción del conocimiento matemático combina dos métodos, el formal y claramente estructurado (el deductivo), que se utiliza para validar o rechazar los resultados descubiertos mediante el método informal (el inductivo), el cual se utiliza para formular problemas y descubrir resultados interesantes.

El conocimiento matemático satisface dos tipos de necesidades, prácticas e intelectuales; las primeras se refieren a la actividad del ser humano, mientras que las segundas han surgido del espíritu inquieto de su pensamiento.

El alumno al tener los primeros contactos con el conocimiento matemático se forma el esquema de memoria deformante, incompleto; el progreso consistirá en la integración de los conocimientos a los esquemas referenciales conceptuales, que garantizan su construcción y asimilación.

Considero que:

a). Los conocimientos matemáticos no son reconstruidos por el alumno, provocando así la memorización de las reglas, pero sin la conceptualización correspondiente.

b). No se hace una contextualización de los diferentes temas y aparecen como islas en un gran océano.

c). Al abordar los temas no se parte de situaciones - reales, razón por la cual no existe motivación.

### 8.5.- Metodología.

El presente trabajo fué realizado con grupos de quinto semestre de los ocho adiestramientos que se imparten en el Centro Vocacional de Actividades Industriales, durante el semestre 89-B. Se consideró conveniente trabajar con el quinto semestre debido a que tiene mayor carga algebraica en sus contenidos y además el alumno ya se ha formado una idea clara del campo de acción de la carrera a la cual apoya el adiestramiento que cursa.

Se realizaron actividades que se pueden clasificar en tres etapas:

8.5.1.- Actividades previas al curso de Matemáticas V.

8.5.1.1.- Se elaboró un test de diagnóstico del nivel de conocimientos algebraicos en los alumnos.

8.5.1.2.- Se elaboraron anexos a los apuntes de la materia en cuestión y que engloban los conceptos aritméticos y algebraicos necesarios para abordar dicho curso.

8.5.1.3.- Se elaboró una síntesis de los anexos algebraicos mencionados en la actividad anterior.

8.5.1.4.- Se elaboró un sistema de evaluación para el curso de Geometría Analítica, lo que originó la planeación del mismo y en donde se consideraron seis elementos principales:

- Estudio de la bibliografía (apuntes y anexos)
- Tareas (individuales y colectivas)
- Participación por escrito
- Reconocimientos parciales

- Examen ordinario
- Asistencia

Se consideraron tres tendencias de desarrollo de las sesiones en el aula, la primera consistió en la exposición de los resúmenes elaborados por los alumnos, la segunda se caracterizó por la solución de problemas y por último se llevaron a cabo las sesiones de solución de ejercicios de manera individual.

El alumno formó un album durante el curso con el producto de las actividades propuestas.

8.5.1.5.- Se elaboró una encuesta socioeconómica.

8.5.2.- Actividades durante el curso de Matemáticas V.

8.5.2.1.- Se aplicó el test de diagnóstico.

8.5.2.2.- Se aplicaron los siguientes tratamientos:

Tratamiento A (testigo).

Los grupos bajo este tratamiento contaron con los apuntes de Matemáticas V, se les aplicó el test de diagnóstico, se les dejaron tareas del problemario y se les aplicaron los reconocimientos parciales. Las explicaciones para subsanar las deficiencias algebraicas se realizaron al nivel de regla.

Tratamiento B.

A los grupos bajo este tratamiento se les proporcionó lo del tratamiento A, más una síntesis epistemológica de los anexos y la explicación fué al nivel de profundidad considerado en dicha síntesis.

Tratamiento C.

Los grupos recibieron lo del tratamiento A más un desarrollo epistemológico de las deficiencias algebraicas detectadas (anexos) y las explicaciones fueron a ese mismo nivel de profun-

didad.

El diseño estadístico planeado fué el Bloques al azar, en el cual cada profesor, que fungió como el bloque, aplicó los tres tratamientos, teniendo así con cada docente una repetición. Los tratamientos se aplicaron al azar a los grupos de cada profesor.

El análisis estadístico se hizo en base a la media de las calificaciones de cada grupo. Para contrastar la posible influencia de los tratamientos sobre los probables aspirantes a la Facultad de Agronomía respecto de los de otras ingenierías, se obtuvo la media de las calificaciones por adiestramiento y se compararon entre sí mediante la prueba de Duncan.

8.5.2.3.- Se aplicó la encuesta socio-económica.

8.5.3.- Actividades posteriores al curso.

8.5.3.1.- Se hizo el análisis estadístico de los resultados para contrastar la veracidad de las hipótesis propuestas, así como las comparaciones mencionadas.

8.5.3.2.- Se elaboraron las conclusiones y recomendaciones pertinentes.

8.5.3.3.- Se elaboró el reporte de la investigación.

8.6.- Análisis de resultados.

Se iniciará este capítulo con el análisis de los resultados obtenidos del test de diagnóstico, aclarando que de 330 - alumnos que conformaron los 18 grupos bajo estudio, solo 157 se sometieron al test.

Con respecto a los números Naturales, el 63% los identifica, es decir, el 37% carece del concepto. Respecto a los En-

teros y su suma, el 26% tiene el concepto, pero el 80% opera con ellos mientras que en el caso de los racionales, estos porcentajes son del 20 y 30 respectivamente. Los conceptos de número Irrracional y número Real solo lo tienen el 3 y 9% respectivamente. Los signos de operación el 70% los distingue, pero las leyes de los signos son operadas adecuadamente por solo el 32%, algo similar sucede con los signos de agrupación donde los porcentajes respectivos son de 89 y 33. Los signos de relación casi el 74% los distingue. En los conceptos relacionados con término algebraico las cosas son estimulantes, situación contraria sucede en las operaciones con potencias y radicales donde los porcentajes son de 53 y 20 respectivamente. La división de  $\frac{0}{c}$  y  $\frac{c}{0}$  menos del 10% contestaron bien, lo que indica que no se tiene el concepto de la operación de división. Por lo anterior es de esperarse que solo poco más del 40% despeje correctamente una incógnita.

En cuanto a la encuesta socio-económica, el número de alumnos encuestados no corresponde con todos los alumnos que conforman los grupos bajo estudio, dado que no fue posible imprimir el número adecuado de encuestas.

Pasando ahora al análisis de las calificaciones finales, se hace la aclaración de que se tomó la primera que fué registrada. Los datos que se presentan a continuación son las medias de las calificaciones por grupo:

P R O F E S O R E S						
TRAT.	I	II	III	IV	V	VI
A	78.33	62.69	70.88	73.89	52.11	70.62
B	73.16	78.05	69.17	78.33	62.87	52.14
C	73.12	66.67	66.92	57.83	62.68	78.33

El análisis de varianza correspondiente es:

FUENTE DE VARIACION	gl	SUMA DE CUADRADOS	CUADRADO MEDIO	F <sub>c</sub>	F <sub>t</sub> (0.25)	
BLOQUES	5	393.8977	78.7795	1.004	1.59	
TRATAMIENTOS	2	39.2997	19.6498	0.2505	1.60	NS
ERROR EXPERIMENTAL	10	784.4049	78.4405			
TOTAL	17	1217.6023				

Para el análisis anterior se consideró conveniente utilizar un nivel de seguridad del 75%. Por otro lado, para poder comparar al adiestramiento en Propagación de Plantas de Ornato se obtuvo la media de calificaciones por adiestramiento a fin de aplicar la prueba de Duncan y cuyos resultados fueron los siguientes:

MCI	PPO	TOP	DC	RAED	MH	AQ	RATE
57.83	59.44	62.69	69.6	70.57	71.78	73.89	78.33

cuya desviación estándar resultó ser  $S\bar{x} = 7.2678$  y con una seguridad del 95% resultó la siguiente tabla:

RANGO	2	3	4	5	6	7	8
RSS	3.35	3.47	3.54	3.58	3.60	3.61	3.61
RMS	24.35	25.22	25.73	26.02	26.16	26.24	26.24

para comparar con las diferencias correspondientes, en donde, estadísticamente no existió diferencia significativa.

#### 8.7.- Conclusiones y recomendaciones.

Este punto se abordará considerando dos aspectos, primero se concluye que existieron varias deficiencias tanto de pla

neación como de desarrollo del proyecto planteado; fué muy difícil conjuntar el grupo de profesores, algunos de los formatos utilizados presentaron deficiencias además existieron dificultades respecto al suministro adecuado de formas, dado que hubo insuficiencia de material para impresión y en algunos casos este proceso se dió extemporaneamente.

En lo que se refiere a los resultados obtenidos y a pesar de que el análisis estadístico no determina diferencia significativa entre los tratamientos, considero que esto se debió a - que el proceso no se pudo llevar acabo tal como se había planeado, esto lleva a concluir la conveniencia de aplicar de nuevo el proceso aunque con mayor cuidado y detalle. Por lo que respecta a la comparación del adiestramiento en Propagación de Plantas de Ornato, aunque la prueba de Duncan arroja un resultado de no diferencia significativa entre los tratamientos, dicho adiestramiento es el segundo más mal ubicado con un promedio reprobatorio; la posible explicación a esto es que la carrera de Agronomía no se entiende como una ingeniería y de ahí el desinterés por la materia de matemáticas, por lo que sería recomendable una campaña de información al respecto.

Además de las recomendaciones del trabajo en sí, considero conveniente hacer las siguientes proposiciones para el desarrollo del curso de Geometría Analítica:

- Debe contarse con apoyos bibliográficos y didácticos para el curso.

- El ingrediente motivador debe ser, en todo lo posible, un problema/inquietud real de los estudiantes.

- Al tratar algún tema en particular, éste se debe llevar de lo intuitivo a lo formal dando prioridad a la conceptualización respecto a la mecanización.

- Lo anterior conlleva a que la calificación resulte -  
de todo un proceso y no de uno o dos reconocimientos y exámenes.



9. BIBLIOGRAFIA.

- Congreso del Estado de Jalisco, LEY ORGANICA DE LA UNIVERSIDAD DE GUADALAJARA, 1974.
- Freinet, Celestin, TECNICAS FREINET DE LA ESCUELA MODERNA, Siglo XXI, México 1989.
- Freire, Paulo, LA EDUCACION COMO PRACTICA DE LA LIBERTAD, Siglo XXI, México 1989.
- García Pérez, J. Roberto, REFLEXIONES SOBRE EL TRABAJO DE AULA, Trabajo Núcleo V: Trabajo de aula realizado en el Programa de Formación de Profesores para la Formación de Recursos Humanos, Octubre, 1988.
- Karl, Kosk, DIALECTICA DE LO CONCRETO, Grijalbo, México 1967.
- Kline, Morris, EL FRACASO DE LA MATEMATICA MODERNA. PORQUE JUANITO NO SABE SUMAR, Siglo XXI, México 1988.
- Ostle, Bernard, ESTADISTICA APLICADA, Limusa, México 1979.
- Piaget, Jean, PSICOLOGIA Y EPISTEMOLOGIA, Ariel, España 1981.
- Roberts, Dennis, ESTADISTICA APLICADA A LA EDUCACION, Universidad Nacional Abierta, Venezuela 1988.
- Silver, Edward A., LA ORGANIZACION DEL CONOCIMIENTO Y RESOLUCION DE PROBLEMAS MATEMATICOS, Programa Nacional de Formación y Actualización de Profesores de Matemáticas.
- Steel, Robert G.D. y Torrie, James H., PRINCIPLES AND PROCEDURES OF STATISTICS, Mc Graw Hill, Japón 1980.

Van Dalen, D.B. y Meyer, W.J., MANUAL DE TECNICA DE LA INVESTIGACION EDUCACIONAL, Paidós, Argentina 1979.

Weinstein, L.E.; Underwood, V.L.; Wickens, F. y Cupperly, W.F., COGNITIVE LEARNING STRATEGIES: VERBAL AND IMAGINAL ELABORATION, Academic Press, Inc., New York 1979.

Zarzar Charur, Carlos, GRUPOS OPERATIVOS EN LA ENSEÑANZA, Programa Nacional de Formación de Profesores Universitarios en Ciencias Sociales, México 1988.



A P E N D I C E      A

MATERIAL Y FORMAS UTILIZADAS.

# ARITMÉTICA

## INTRODUCCION

Estos anexos a los apuntes de Geometría Analítica, se integraron para que los alumnos puedan consultar algunos aspectos de aritmética y álgebra, si lo requirieran, ya que son conocimientos previos para lograr los objetivos que indica el programa de Matemáticas V de este Centro Vocacional.

### (1) NÚMEROS REALES (R)

Es la unión de los números RACIONALES (Q) y los números --  
IRRACIONALES (I) y los podemos representar  $R = Q \cup I$   
"U" Unión

### (2) NÚMEROS NATURALES (N)

Es el conjunto de números representados y formado por:

$N = \{ 1, 2, 3, \dots \}$  algunos autores, también los llaman el conjunto de los números enteros positivos.

### (3) NÚMEROS ENTEROS (Z)

Se representan por  $Z = \{ \dots -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots \}$

Son los enteros positivos, los enteros negativos y el cero.

En este conjunto hay números expresados como el producto de --  
otros, por ejemplo:

$$20 = 10 \times 2 = 20 \times 1 ; 30 = 15 \times 2 = 10 \times 3 = 30 \times 1$$

También se consideran los números "Primos", cuyos UNICOS factores son el mismo número y la unidad, ejemplo:

$$7 = 7 \times 1 , 27 = 27 \times 1 \quad (\text{otros autores los llaman, absoluto o - simple})$$

Así tenemos que todo entero  $n > 1$  puede descomponerse en productos de números primos.

$$n = P_1^{B_1} P_2^{B_2} \dots P_n^{B_n} \quad \text{donde: } B_1, B_2, B_n \text{ son números enteros}$$

$P_1, P_2, P_n$  son números primos.

Ejemplo:

$$18 = 2 \times 3^2$$

$$180 = 2^2 \cdot 3^3 \cdot 5$$

(4) MULTIPLO. Es el número que contiene a OTRO, un número exacto de veces.

18 es múltiplo de 9 porque contiene a 9 dos veces,  $9 \times 2 = 18$

Los múltiplos de un determinado número se forman multiplicando ESTE NUMERO por la serie infinita de los números naturales, así tenemos la serie infinita de los números de 9 :

$$\begin{array}{l} 0 \times 9 = 0 \\ 1 \times 9 = 9 \\ 2 \times 9 = 18 \\ 3 \times 9 = 27 \\ \dots \end{array} \left. \begin{array}{l} \text{múltiplos} \\ \text{del número} \\ \text{nueve} \end{array} \right\}$$

- (5) **SUBMÚLTIPLO, FACTOR O DIVISOR DE UN NÚMERO**, es el número que está contenido en el primero un número exacto de veces.

Nueve es submúltiplo de 27 por estar contenido en 27 tres veces.

Nueve es factor o divisor de 27 :

$$9 + 9 + 9 = 9 (1 + 1 + 1) = 9 \times 3 = 27 \quad (\text{extraer a 9 como factor})$$

**NUMERO PAR.** Todo número múltiplo de 2

Expresión general de los números pares "  $2 \cdot n$  " siendo  $n$  un número entero cualquiera.

Para calcular los factores primos de un número, indicaremos algunos criterios de divisibilidad.

- (7) **DIVISIBILIDAD POR 2**

Cuando un número termina en cero o cifra par es divisible por dos.

- (8) **DIVISIBILIDAD POR 3**

Cuando la suma de los dígitos de un número, es el múltiplo de 3 es divisible por tres.

96 es divisible por tres, aplicando el criterio tenemos:

$$9 + 6 = 15, \text{ el cual es múltiplo de tres, } 5 \times 3 = 15.$$

- (9) **DIVISIBILIDAD POR 5**

Cuando un número termina en cero o en cinco, este es divisible por 5.

$$115 \div 5 = 23 \text{ o bien } 23 \times 5 = 115.$$

## (IO) DIVISIBILIDAD POR 7

Un número es divisible por 7 aplicando la siguiente regla:

Se separa la primer cifra de la derecha, esta se multiplica por 2, el producto se resta de lo que queda a la izquierda - del número en cuestión y así sucesivamente, si el último número es siete o cero luego es divisible por 7. Ejemplo:

$$\begin{array}{r} 1554 \\ 155 \\ 8 - \\ \hline \end{array} \quad 4 \times 2 = 8$$

$$\begin{array}{r} 147 \\ 14 \\ 14 - \\ \hline 0 \end{array} \quad 7 \times 2 = 14$$

## (II) MAXIMO COMUN DIVISOR (MCD)

De dos o más número es el MAYOR número que los divide a todos exactamente.

El MCD se puede obtener por dos métodos:

Por divisiones sucesivas y por descomposición en factores primos, en este anexo solo consideraremos el segundo.

Para calcular el máximo común divisor por descomposición en factores primos:

Se descomponen los números dados en factores primos.

El MCD se forma con el producto de los factores primos comunes con su menor exponente.

Ejemplo: Calcular el MCD de 90, 84, 360

## DECOMPOSICION EN FACTORES PRIMOS APLICANDO LOS CRITERIOS DE DIVISIBILIDAD

90	2	84	2	360	2
45	3	42	2	180	2
15	3	21	3	90	2
5	5	7	7	45	3
1		1		15	3
				5	5
				1	

Así tenemos que

$$90 = 2^1 \cdot 3^2 \cdot 5 \quad 84 = 2^2 \cdot 3^1 \cdot 7^1 \quad 360 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^1$$

Luego, los factores primos comunes son el  $2^1$  y  $3^1$ . Que aparecen como  $2^1$ ,  $2^2$ , y  $2^3$ ,  $3^2$ ,  $3$  y  $3^2$  respectivamente.

Los de menor exponente 2 y 3 así que MCD es  $2 \cdot 3 = 6$ . de los números 90, 84 y 360 el MCD es 6

## 12 MINIMO COMUN MULTIPLO

De dos o más números es el menor número que contiene un número — exacto de veces a cada uno de ellos lo representaremos MCM

Una manera de calcular el mínimo común múltiplo de varios números descompuestos en factores primos es igual al producto de los factores primos comunes y no comunes afectados de su mayor exponente (\*)

Ejemplo :



120	2	252	2	150	2
60	2	126	2	75	3
30	2	63	3	25	5
15	3	21	3	5	5
5	5	7	7	1	
1		1			

$$120 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5$$

$$252 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 7$$

$$150 = 2 \cdot 3 \cdot 5^2$$

Luego los factores primos comunes y no comunes afectados de su mayor exponente son:  $2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \cdot 7 = 12600$  (es MCM)

\* Dr. Aurelio Baldor.

Aritmética teórica práctica

Ediciones y distribuciones codice, S.A. Madrid.

### (13) NÚMEROS RACIONALES (c)

Son aquellos que se expresan como una razón  $a/b$  donde  $a$  y  $b$  son enteros y  $b$  nunca es cero. Así tenemos:

$$Q = \left\{ a / b \quad a, b \text{ son números enteros y } b \neq 0 \right\}$$

También se le conocen a estos números como "fracciones".

-- Expresar como la razón de dos enteros el siguiente número decimal:

0.75, se multiplica y divide por 100 para convertir el decimal en entero, (condición de los racionales)

$0.75 \times \frac{100}{100}$  El valor del decimal no se altera ya que  $\frac{100}{100}$  es igual a la unidad y todo número multiplicado por la unidad es el mismo número.

$0.75 \times \frac{100}{100} = 75 / 100$  Reduciendo la fracción (Quinta)  
 $= 75 / 100$  (Quinta)  $= 15 / 20$  (Quinta)  $= 3 / 4$  luego el decimal  
 $0.75 = 3 / 4$  Racional

## (14) OPERACION CON NUMEROS RACIONALES

A los números racionales como razones de los enteros se les conoce como "NÚMEROS FRACCIONARIOS". Para representar una fracción o quebrado (AL - KARS palabra árabe que significa quebrar, romper, esta palabra la utilizó AL-Juarizmi en su estudio de la aritmética) se escribe el numerador separado por una raya horizontal o bien - oblicua, así tenemos  $\frac{a}{b}$ ,  $a/b$  Todo quebrado se puede con-

siderar como el cociente de una división en el cual el numerador representa el dividendo y el denominador el divisor

$$\begin{array}{l} \text{numerador} \quad \frac{a}{\text{denominador} \quad b} \end{array} \quad \text{divisor} \rightarrow b \quad \begin{array}{l} c \rightarrow \text{cociente} \\ \hline a \rightarrow \text{dividendo} \\ r \rightarrow \text{residuo} \end{array}$$

Una fracción puede ser:

PROPIA

IMPROPIA

Si su valor es menor que la unidad.

Si su valor es igual o mayor que la unidad

$$\frac{a}{b} < 1$$

$$\frac{a}{b} \geq 1$$

$$\frac{3}{4} < 1$$

$$\frac{12}{12}, \frac{5}{2}$$

Dos fracciones son equivalentes si tienen el mismo valor, estas se obtienen multiplicando la fracción (numerador y denominador) por un mismo número  $a/b$ , es equivalente,  $a/b \cdot f/f = af/af$

$3/5$ , es equivalente,  $3/5 \cdot 6/6 = 18/30$  ya que  $3/5 = .6$

y  $18/30 = .6$  (tienen el mismo valor)

## (15) SUMA Y RESTA DE RACIONALES ( FRACCIONES )

El principio para sumar o restar fracciones es :

QUE LAS FRACCIONES A OPERAR TENGAN UN COMUN DENOMINADOR, UNA -  
VEZ LOGRAO LO ANTERIOR SE SUMAN O RESTAN SEGUN SEA LA OPERA--  
CION, LOS NUMERADORES, DEJANDO EL DENOMINADOR COMUN



Ejemplo:

Sumar  $1/2 + 1/2$


Por tener denominador común la suma la podemos indicar así:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

Si representamos a la unidad por un cuadrado

unidad  =   $1/2 + 1/2$  Fig. 1

Y dividimos en dos partes iguales formamos la fracción  $1/2$  que re-  
presenta la unidad (numerador) dividida en dos partes (denominador)

Sumar  $1/2 + 1/4$    $1/2 + 1/4$  Fig. 2

No podemos sumar directamente los numeradores ya que NO son frac-  
ciones comunes, luego debemos expresar las dos fracciones a medios  
o a cuartos, o bien a fracciones comunes, en este caso expresare-  
mos los medios a cuartos multiplicando por 2 el numerador y deno-  
minador, así tenemos :

$$1/2 \times 2/2 = 2/4$$

Podemos observar en la figura 2 que el  $1/2$  tiene  $2/4$ .  $1/2$  es equivalente a  $2/4$ , ahora procedemos a sumar

$$2/4 + 1/4 = 3/4$$

$$\boxed{1/2} = \boxed{2/4}$$

De los dos ejemplos anteriores se puede deducir el algoritmo de la suma de fracciones

$$a/b + c/d = \frac{ad + cb}{bd} = \frac{ad}{bd} + \frac{cb}{bd}$$

Ejemplo

$5/2 + 8/3$  para obtener un denominador común se multiplica la fracción  $5/2$  por  $3/3$  y  $8/3$  por  $2/2$

$$5/2 \cdot 3/3 + 8/3 \cdot 2/2 = \frac{5 \cdot 3 + 8 \cdot 2}{3 \cdot 2} = \frac{15}{6} + \frac{16}{6} = \frac{31}{6}$$

Otro procedimiento es :

$$5/2 + 8/3$$

$$\begin{array}{r} \frac{5 \cdot 2 \cdot 3}{2} + \frac{8 \cdot 2 \cdot 3}{3} \quad \text{simulificando} \quad \frac{5 \cdot 2 \cdot 3}{\cancel{2}} + \frac{8 \cdot 2 \cdot \cancel{3}}{\cancel{3}} \\ \hline \frac{5 \cdot 3}{2 \cdot 3} + \frac{8 \cdot 2}{2 \cdot 3} = \frac{5 \cdot 3 + 8 \cdot 2}{2 \cdot 3} \\ \hline = \frac{15 + 16}{6} \quad \therefore \quad 5/2 + 8/3 = \frac{15 + 16}{6} = \frac{31}{6} \end{array}$$

## (16) ALGORITMO DE LA RESTA DE FRACCIONES

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{ad - cb}{bd} = \frac{ad}{bd} - \frac{cb}{bd}$$

Por lo tanto sumar o restar dos fracciones o más, es encontrar las respectivas fracciones equivalentes con igual denominador, y se procede a sumar o restar los numeradores.

## (17) ALGORITMO DE MULTIPLICACION DE RACIONALES

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$$

## (18) ALGORITMO DE LA DIVISION DE RACIONALES

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{ad}{b \cdot c}$$

Una manera de mostrar el algoritmo es la siguiente:

$$\frac{a/b}{c/d}$$

Si multiplicamos y dividimos por  $d/c$  con la intención de convertir el denominador en la unidad nos resulta la siguiente igualdad

$$\frac{a/b \cdot d/c}{c/d \cdot d/c} = \frac{\frac{a \cdot d}{b \cdot c}}{\frac{cd}{dc}} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

ya que cualquier cantidad dividida por la unidad es igual a la

misma cantidad.

NOTA: Los números racionales tienen expresión decimal finita o --  
infinita periódica.

## NÚMEROS IRRACIONALES

Son aquellos que no muestran un modelo en su expansión decimal y dicha expansión es infinita, a través de algoritmos se han obtenido aproximaciones de este conjunto de números. Los irracionales NO se pueden expresar como la razón entre dos enteros y se representan por:

$$I = \left\{ i \mid i \neq \frac{p}{q} \text{ para cualquier } p \text{ y } q \in \mathbb{Z} \right\}$$

Ejemplo:  $\sqrt{3}$ ,  $\sqrt{2}$ ,  $\pi$  o bien todas las raíces de números primos y sus múltiplos.

Los distintos conjuntos de números más los números complejos - (formado por un real y un imaginario) y las operaciones fundamentales suma y multiplicación, cumplen algunas propiedades que conforman las estructuras numéricas fundamentales, dichas propiedades se extienden al álgebra y constituyen el pilar del trabajo algebraico.

## PROPIEDADES

I.- Todo elemento "a" tiene su inverso aditivo "-a" y se cumple:

$$a + (-a) = (-a) + a = 0$$

II.- El cero (0) elemento neutro de la suma :

$$a + 0 = a \quad \text{para todo } a$$

III.- Ley de la cancelación:

$$a + c = b + c \quad \text{implica} \quad a = b$$

IV.- La suma es asociativa:

$$a + (b + c) = (a + b) + c \quad \text{para cualquier } a, b, c$$

V.- La suma es conmutativa

$$a + b = b + a \quad \text{para todo } a, b$$

VI.- El uno (I) elemento neutro de la multiplicación y se cumple:

$$a \cdot I = I \cdot a = a \quad \text{para cualquier } a$$

VII.- La multiplicación es conmutativa:

$$ab = ba \quad \text{para cualquier } a, b.$$

VIII.- La multiplicación es asociativa:

$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c) \quad \text{para todo } a, b, c$$

IX.- La multiplicación es distributiva respecto a la suma

$$a(b + c) = ab + ac \quad \text{para cualquier } a, b, c$$

X.- Ley de la cancelación.

$$\text{Si... } ac = bc \quad \text{y} \quad c \neq 0 \quad \text{entonces } a = b \\ \text{para todo } a, b, c$$

XI.- Existe el inverso multiplicativo  $a^{-1}$  para cualquier  $a$

$$a a^{-1} = a^{-1} a = I$$

Para el conjunto de los números reales se satisfacen las siguientes propiedades de orden:  $<$  menor que y  $>$  mayor que

a.- Si  $a < b$  y  $b < c$  entonces  $a < c$  para cualquier  $a, b, c$



b.- LEY DE TRICOTOMIA: Dados cualesquiera  $a$  y  $b$ , se cumple una de las siguientes condiciones:

$$\text{-- } a < b$$

$$\text{-- } a = b$$

$$\text{-- } a > b$$

c.- Si  $a < b$  entonces  $a + c < b + c$

d.- Si  $a < b$  y  $c > 0$  entonces  $ac < bc$  para todo  $a, b$

#### ALGORITMO DE LA ADICION

Usando las propiedades de nuestro sistema de números enteros no negativos. Demostraremos:

$$24 + 53 = 77$$

$$24 + 53 = 2 \cdot 10^1 + 4 \cdot 10^0 + 5 \cdot 10^1 + 3 \cdot 10^0 \text{ Descomponiendo por nuestro sistema de numeración:}$$

$$= 2 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^1 + 4 \cdot 10^0 + 3 \cdot 10^0 \text{ Por la ley conmutativa de la adición:}$$

$$= (2 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^1) + (4 \cdot 10^0 + 3 \cdot 10^0) \text{ Por la ley asociativa de la adición}$$

$$= (2 + 5) 10^1 + (4 + 3) 10^0 \text{ Por la ley distributiva}$$

$$= (7) 10^1 + (7) 10^0$$

$$= 70 + 7$$

$$= 77$$

El procedimiento usual para la adición se escribe en la forma:

$$\begin{array}{r} 24 \\ 53+ \\ \hline 77 \end{array}$$

sumando unidades con unidades, decenas con decenas, así sucesivamente.

## EL ALGORITMO DE LA MULTIPLICACION

Usando las propiedades elementales y las propiedades de nuestro sistema de números demostraremos

$$(25)(3) = 75$$

$$\begin{aligned} (25)(3) &= (2 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0)(3 \cdot 10^0) \text{ Por nuestro sistema de numeración} \\ &= (2 \cdot 10^1)(3 \cdot 10^0) + (5 \cdot 10^0)(3 \cdot 10^0) \text{ Ley distributiva} \\ &= 2(10^1 \cdot 3)10^0 + 5(10^0 \cdot 3)10^0 \text{ Ley asociativa de la multiplicación} \\ &= 2(3 \cdot 10^1)10^0 + 5(3 \cdot 10^0)10^0 \text{ Ley conmutativa} \\ &= (2 \cdot 3)(10^1 \cdot 10^0) + (5 \cdot 3)(10^0 \cdot 10^0) \text{ Ley asociativa} \\ &= (2 \cdot 3)10^{1+0} + (5 \cdot 3)10^{0+0} \text{ Per la ley de los exponentes} \\ &= (2 \cdot 3)10^1 + (5 \cdot 3)10^0 \\ &= (6)10^1 + (15)10^0 \\ &= 60 + 15 \text{ Aplicando el algoritmo de la adición} \\ &= 75 \end{aligned}$$

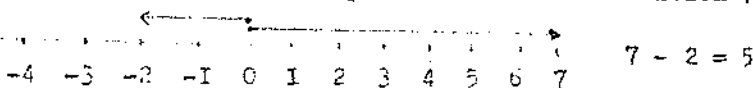
OTRO PROCEDIMIENTO ES:

$$\begin{aligned} (25)(3) &= (20 + 5)3 \text{ Descomposición} \\ &= (60 + 15) \text{ Ley distributiva de la multiplicación} \\ &= 75 \text{ Aplicando el algoritmo de la adición} \end{aligned}$$

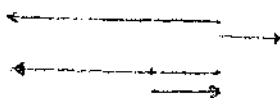
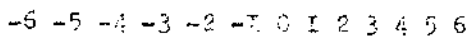
## LEYES DE LOS SIGNOS PARA LA ADICION

En la adición de números positivos y negativos prevalecerá el signo que contenga el número de mayor valor absoluto.

Así tenemos que en la recta numérica podemos indicar la adición  $7 - 2$



$$2 - 5 = -3$$



## LEY DE LOS SIGNOS DE LA MULTIPLICACION

- 1.- (-) (-) = +
- 2.- (+) (-) = -
- 3.- (-) (+) = -
- 4.- (+) (+) = +

Existen varias formas de demostrar estas leyes, en este anexo lo presentaremos atendiendo a la lógica de las proposiciones.

Así tenemos que una proposición afirmada se la considera de signo positivo y negada signo negativo.

Por ejemplo:

Escribiremos una proposición negada dos veces y por lo tanto la afirmamos, nos encontremos ante el siguiente letrero:

"PROHIBIDO ESTACIONARSE" lo cual indica NO ESTACIONARSE.

Pero si negamos el escrito del letrero tenemos:

NO "PROHIBIDO ESTACIONARSE" luego se entiende que si se puede estacionarse ya que no está prohibido, así mostramos que dos proposiciones negadas dos veces la proposición se afirma. La división se rige por la ley de los signos de la multiplicación.

Otra forma es:

$$+X(-Y) = -(X.Y) = -XY$$

$$+X(-Y) = X(-Y) + (XY-XY) \quad \text{ya que } (4.3 - 4.3) = 0 \text{ la igualdad no se altera}$$

$$XY = [X(-Y) + XY] - (XY) \quad \text{propiedad asociativa}$$

$$XY = X(-Y + Y) - (XY) \quad \text{propiedad distributiva}$$

$$XY = X(0) - (XY) \quad \text{operaciones}$$

$$XY = 0 - (XY)$$

$$+X(-Y) = -XY$$

# ALGEBRA

## EXPONENTES Y RADICALES

La forma abreviada de expresar la multiplicación de una cantidad por sí misma varias veces es la potenciación, así:

$$(X)(X)(X) \dots (X) = X^n \quad \text{donde "n" es el número de veces se va a multiplicar la cantidad "X"}$$

Tomando en cuenta lo anterior, podemos demostrar algunas propiedades de la potenciación:

a)  $(X^m)(X^n) = X^{m+n}$

Demostración:  $(X^m)(X^n) = \frac{(X)(X)(X) \dots (X)}{m \text{ veces } X} \cdot \frac{(X)(X)(X) \dots (X)}{n \text{ veces } X}$

$$= \frac{(X)(X)(X)(X) \dots (X)}{m + n \text{ veces } X}$$

$$= X^{m+n}$$

b)  $(X^m)^n = X^{mn}$

DEMOSTRACION:  $(X^m)^n = \frac{(X^m)(X^m)(X^m) \dots (X^m)}{n \text{ veces } X^m}$

$$= \frac{X^{m+m+m+\dots+m}}{n \text{ veces } m}$$

$$= X^{mn}$$

c)  $\frac{X^m}{X^n} = X^{m-n} \quad X \neq 0$

Demostración :

$$\frac{X^m}{X^n} = \frac{X^{m-n+n}}{X^n} \quad \text{Sumando y restando n}$$

$$= \frac{(X^{m-n})(X^n)}{X^n} \quad \text{por la propiedad a)}$$

$$= X^{m-n} \quad \text{Después de dividir } X^n \text{ entre sí misma}$$

$$d) (XY)^m = X^m Y^m$$

$$\begin{aligned} \text{Demostración: } (XY)^m &= \underbrace{(XY)(XY)(XY)\dots(XY)}_{m \text{ veces } XY} \\ &= \underbrace{(X)(X)(X)\dots(X)}_{m \text{ veces } X} \underbrace{(Y)(Y)(Y)\dots(Y)}_{m \text{ veces } Y} \end{aligned}$$

$$\text{Después de acomodar} = (X^m)(Y^m)$$

$$e) (X/Y)^m = \frac{X^m}{Y^m} \quad \text{con } Y \neq 0$$

$$\begin{aligned} \text{Demostración: } (X/Y)^m &= (X/Y)(X/Y)(X/Y)\dots(X/Y) \quad m \text{ veces } X/Y \\ &= \frac{(X)(X)(X)\dots(X)}{(Y)(Y)(Y)\dots(Y)} \quad m \text{ veces "X" y } m \text{ veces "Y"} \\ &= \frac{X^m}{Y^m} \end{aligned}$$

Considerando las propiedades anteriores, podemos obtener algunos otros resultados interesantes:

Sabemos que  $X^m \cdot X^n = X^{m+n}$  y supongamos  $n = 0$ , por lo tanto

$$X^m \cdot X^0 = X^{m+0} = X^m \quad \text{y para que esto sea cierto}$$

Debemos concluir que  $X^m \cdot X^0 = X^m$  Si y solo si

$$X^0 = I$$

Lo que con palabras podemos enunciar como: Toda cantidad elevada a la potencia cero es igual a la unidad.

Por otro lado, y partiendo de la misma propiedad considerada antes

$$X^m \cdot X^{-m} = X^{m-n} = X^0 = I \quad \text{por lo que acabas de deducir, entonces}$$

$$X^m \cdot X^{-m} = I \quad \text{por lo tanto} \quad X^m = \frac{1}{X^{-m}}$$

$$X^{-m} = \frac{1}{X^m} \quad \text{ó también} \quad X^m = \frac{1}{X^{-m}}$$

3

Ahora analicemos la expresión siguiente:

$$Y^n = X^1$$

Aquí podemos decir que "Y" tiene que tomarse como factor "n" veces y que el resultado de esa multiplicación es igual a "X", esto, en otras palabras lo podemos decir como "Y" es la raíz n-ésima de X y simbólicamente lo escribimos como:

$$Y = \sqrt[n]{X^1} \quad \text{ó también} \quad Y = X^{\frac{1}{n}} \quad (\text{con } X \geq 0 \text{ si } n \text{ es par})$$

Para generalizar un poco más:

$$Y^n = X^m$$

$$Y = \sqrt[n]{X^m} = X^{\frac{m}{n}}$$

La expresión anterior permite escribir un radical en forma exponencial y viceversa, aunque, como se observa, el exponente será fraccionario en estos casos. Por esta razón, las propiedades vistas para los exponentes son aplicables también a los radicales.

## PRODUCTOS NOTABLES Y FACTORIZACION

Al multiplicar dos o más "Factores", el resultado recibe el nombre de "Producto" de la multiplicación y cuando el producto se descompone en los factores de los que fué obtenido, el proceso se llama factorización.

Existen algunos resultados de multiplicaciones que son muy usadas por lo que se las conoce con el nombre de "productos notables", entre ellos están:

a). Cuadrado en un binomio, es decir, el cuadrado de la suma ó resta de los términos:

$$(X + Y) (X + Y) = (X + Y)^2 \quad \text{efectuando la operación}$$

$$\begin{array}{r} X + Y \\ X + Y \\ \hline X^2 + XY \\ + XY + Y^2 \\ \hline X^2 + 2XY + Y^2 \end{array}$$

en consecuencia:

$$(X + Y)^2 = X^2 + 2XY + Y^2$$

En el otro caso:

$$(X - Y) (X - Y) = (X - Y)^2$$

$$\begin{array}{r} X - Y \\ X - Y \\ \hline X^2 - XY \\ - XY + Y^2 \\ \hline X^2 - 2XY + Y^2 \end{array}$$

es decir,  $(X - Y)^2 = X^2 - 2XY + Y^2$

Estos dos resultados se pueden sintetizar de la siguiente manera:

$$(X \pm Y)^2 = X^2 \pm 2XY + Y^2$$

Lo que con palabras decimos: "El resultado de elevar al cuadrado un binomio es el cuadrado del primer término, más o menos dos veces el primer término por el segundo, más el cuadrado del segundo".

Precisamente a este resultado se le conoce como el "Trinomio cuadrado perfecto".

## b). PRODUCTO DE BINOMIOS CONJUGADOS.

Si se tiene el binomio  $X + Y$ , se define su binomio conjugado como  $X - Y$  y su producto será:

$$\begin{array}{r} X + Y \\ X - Y \\ \hline X^2 + XY \\ - XY - Y^2 \\ \hline X^2 - Y^2 \end{array} \quad \text{es decir, } (X + Y)(X - Y) = X^2 - Y^2$$

a este producto se le conoce como la "DIFERENCIA DE CUADRADOS"

## c). Producto de binomios con un término común.

Sean los binomios  $(X + a)$  y  $(X + b)$  y su producto

$$\begin{array}{r} X + a \\ X + b \\ \hline X^2 + aX \\ + bX + ab \\ \hline X^2 + aX + bX + ab \end{array} \quad \text{lo que se puede expresar como}$$

$$X^2 + (a + b)X + ab \quad \text{es decir:}$$

$$(X + a)(X + b) = X^2 + (a + b)X + ab$$

El producto aquí obtenido se conoce con el nombre de "trinomio"

Acabamos de ver algunos casos de como, al multiplicar ciertos factores obtenemos sus productos que son muy comunes de encontrar en procesos algebraicos, por supuesto que, al factorizar dichos productos, será el proceso inverso al que hemos descrito y solo enunciaremos los resultados a continuación, aunque antes veremos un procedimiento de factorización que es muy común utilizar:



a). Factorización de expresiones que tienen un factor común.

Consideremos la expresión  $XZ + XY - XZ$ , aquí "X" aparece en todos los sumandos y en cada uno de ellos multiplica (es un factor) a cada una de las otras variables en el término correspondiente, por lo que es un factor común a todos, su factorización será:

$$XZ + XY - XZ = X(Z + Y - Z)$$

b). Factorización del trinomio cuadrado perfecto

Por lo que ya se vio antes:

$$X^2 + 2XY + Y^2 = (X + Y)(X + Y) = (X + Y)^2$$

$$X^2 - 2XY + Y^2 = (X - Y)(X - Y) = (X - Y)^2$$

c). Factorización de la diferencia de cuadrados

$$X^2 - Y^2 = (X + Y)(X - Y)$$

d). Factorización de un trinomio.

$$X^2 + (a + b)X + ab = (X + a)(X + b)$$

### E C U A C I O N E S

Las ecuaciones son igualdades (tienen el mismo valor) entre dos expresiones algebraicas en las que existen cantidades desconocidas llamadas "INCÓGNITAS".

Dichas igualdades solo se cumplen para ciertos valores de sus incógnitas. Por ejemplo:

$$5X + 2 = 17$$

Es una ecuación con una incógnita y la igualdad solo se cumple para  $X = 3$  ya que

$$5(3) + 2 = 17$$

$$17 = 17$$

El "GRADO" de una ecuación lo determina el exponente mayor de la incógnita, así:

$$2x^1 + 4 = 10 \quad \text{es de primer grado.}$$

$$x^2 - 8x + 1 = 20 \quad \text{es de segundo grado.}$$

$$7x^3 + 9x - 15 = 4 \quad \text{es de tercer grado, etc.}$$

Se le llama "PRIMER MIEMBRO" de la ecuación a la expresión que se encuentra a la izquierda del signo igual y "SEGUNDO MIEMBRO", a la expresión a la derecha del mismo signo.

Si en una ecuación se aplican operaciones iguales a ambos miembros de la misma, la igualdad no se altera, así, sumar ó restar la misma cantidad en ambos miembros, multiplicar ó dividir ambos miembros por una misma cantidad ó bien elevar a una misma potencia ó extraer una misma raíz a ambos miembros, ¡NO altera la igualdad.

Resolver ó solucionar una ecuación es determinar el o los valores de la incógnita que cumplen la igualdad.

#### SOLUCION DE ECUACIONES DE PRIMER GRADO CON UNA INCOGNITA.

Para resolver ecuaciones en las que solo existe una incógnita -- y ésta está elevada a la primera potencia, basta con despejarla --- (dejarla sola) aplicando operaciones que no alteran la igualdad, tal como se mencionó antes:

Ejemplos:

I).- Resolver la ecuación:  $7x + 4 = 3x + 20$

Restamos  $3x$  en ambos miembros:

$$7x + 4 - 3x = 3x + 20 - 3x \quad \text{ó también}$$

$$4x + 4 = 20$$

restamos 4 en ambos miembros:  $4X + 4 - 4 = 20 - 4$  ó también

$$4X = 16$$

Dividimos entre 4 ambos miembros:  $\frac{4X}{4} = \frac{16}{4}$  es decir

$$X = 4$$

Donde ya se ha despejado o dejado sola a la "X" y por lo tanto se ha determinado el valor de la incógnita que cumple con la igualdad, es decir, se ha resuelto la ecuación.

2). Resolver  $Y/2 + Y/3 = 10$

multiplicando por 2 :  $2(Y/2 + Y/3) = 10(2)$

$$2Y/2 + 2Y/3 = 20$$

$$Y + 2Y/3 = 20$$

Multiplicando por 3 :  $3(Y + 2Y/3) = 20(3)$

$$3Y + \frac{(3)(2Y)}{3} = 60$$

$$3Y + 2Y = 60$$

$$5Y = 60$$

Dividiendo entre 5 :  $5Y/5 = 60/5$  es decir  $Y = 12$

#### SOLUCION DE ECUACIONES SIMULTANEAS DE PRIMER GRADO CON DOS INCOGNITAS.

En una ecuación pueden existir varias incógnitas y si todas tienen como exponente a la unidad, entonces siguen siendo ecuaciones de primer grado, aunque, con el número de incógnitas correspondiente, así,  $2X - 3Y = 4$  es una ecuación de primer grado con dos incógnitas.

Para que dos o más ecuaciones sean simultáneas, los valores de las incógnitas deben satisfacer a todas las igualdades en cuestión al mismo tiempo; entonces, el problema de resolver estos sistemas de

ecuaciones simultáneas consiste en determinar los valores de las -- incógnitas, involucradas que satisfagan a todas las ecuaciones a la vez.

Existen varios métodos para resolver sistemas de dos ecuaciones simultáneas con dos incógnitas cada una, en todos ellos se trata -- de obtener, de las dos ecuaciones originales, una sola ecuación -- que contenga solamente una incógnita y entonces resolver ésta como se vió en el caso anterior. Algunos de los métodos son:

#### MÉTODOS DE REDUCCIÓN O SUMA Y RESTA

Consiste en igualar los coeficientes de una de las incógnitas -- en ambas ecuaciones y después sumar ó restar las ecuaciones término a término para obtener una tercera que solo contenga una incógnita.

$$\text{Ejemplo: } 6X - 5Y = -9 \quad (\text{I})$$

$$4X + 3Y = 13 \quad (\text{II})$$

Para igualar los coeficientes en "Y" multiplicamos la primera -- ecuación por 3 y la segunda por 5:

$$\begin{array}{r} 18X - 15Y = -27 \\ 20X + 15Y = 65 \\ \hline 38X \quad \quad = 38 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{sumando término a término obtenemos} \\ \\ \\ (\text{III}) \end{array}$$

de donde y de acuerdo con lo que se estudió antes:

$$X = 1$$

Para determinar el valor de la otra incógnita, se sustituye el -- valor obtenido en cualquiera de las dos ecuaciones originales y se resuelve la ecuación resultante, así, sustituyendo en la segunda ecuación:

$$4(1) + 3Y = 13$$

$$4 + 3Y - 4 = 13 - 4$$

$$3Y = 9$$

$$3Y/3 = 9/3$$

$$Y = 3$$

### METODO DE IGUALACION

Consiste en despejar a la misma variable de ambas ecuaciones e igualar los resultados con el fin de obtener una sola ecuación con una incógnita y resolverla como tal, es decir despejándola, para luego substituir el valor obtenido en cualquiera de las dos ecuaciones originales y poder calcular así el valor de la otra incógnita.

Ejemplo:

$$X + 6Y = 27 \quad (I)$$

$$7X - 3Y = 9 \quad (II)$$

Despejando "X" de ambas ecuaciones

de la primera  $X = 27 - 6Y$

de la segunda  $X = \frac{9 + 3Y}{7}$

igualando:  $X = X$

$$27 - 6Y = \frac{9 + 3Y}{7} \quad (III)$$

multiplicando por 7 :  $7(27 - 6Y) = 7 \left( \frac{9 + 3Y}{7} \right)$

$$189 - 42Y = 9 + 3Y$$

restando  $3Y$  y  $189$  :  $189 - 189 - 42Y - 3Y = 9 + 3Y - 189 - 3Y$

$$-45Y = -180$$

$$\text{dividiendo entre } -45 : \quad \frac{-45Y}{-45} = \frac{-180}{-45}$$

$$Y = +4$$

Sustituyendo este resultado en la primera ecuación:

$$X + 6(+4) = 27$$

$$X + 24 = 27$$

$$\text{Restando 24 :} \quad X + 24 - 24 = 27 - 24$$

$$X = 3$$

#### METODO POR SUSTITUCION

Consiste en despejar una incógnita de una de las ecuaciones y sustituir este resultado en la otra ecuación, obteniendo así una sola ecuación con una incógnita y que se resolverá despejándola.

$$\text{Ejemplo:} \quad X + 3Y = 6 \quad (\text{I})$$

$$5X - 2Y = 13 \quad (\text{II})$$

De la primera ecuación  $X = 6 - 3Y$  sustituyendo este valor en la segunda:

$$5(6 - 3Y) - 2Y = 13$$

$$30 - 15Y - 2Y = 13$$

$$30 - 17Y = 13 \quad (\text{III})$$

$$\text{restando 30:} \quad 30 - 30 - 17Y = 13 - 30$$

$$-17Y = -17$$

dividiendo entre -17:

$$\frac{-17Y}{-17} = \frac{-17}{-17}$$

$$Y = 1$$

Sustituyendo este valor en la primera ecuación:

$$X + 3(I) = 6$$

$$\text{Restando 3 : } X + 3 - 3 = 6 - 3$$

$$X = 3$$

### SOLUCION DE SISTEMAS DE TRES ECUACIONES CON TRES INCOGNITAS.

Cuando se tienen sistemas de tres ecuaciones con tres incógnitas - un proceso de solución consiste en obtener, a partir de las tres ecuaciones originales, un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas - y luego resolver éste como se acaba de ver. Veamos el proceso en un ejemplo:

$$X + Y + Z = 6 \quad (I)$$

$$X - Y + 2Z = 5 \quad (II)$$

$$X - Y - 3Z = -10 \quad (III)$$

$$(I) \quad X + Y + Z = 6 \quad \text{tomamos I y II y usamos el método de suma y}$$

$$(II) \quad X - Y + 2Z = 5 \quad \text{resta visto antes.}$$

$$\begin{array}{r} 2Z \quad + 2Z = 11 \quad (a) \end{array}$$

$$(I) \quad X + Y + Z = 6 \quad \text{tomamos I y III y aplicamos suma y resta.}$$

$$(III) \quad X - Y - 3Z = -10$$

$$\begin{array}{r} 2X \quad - 2Z = -4 \quad (b) \end{array}$$

Las ecuaciones (a) y (b) forman un sistema de dos ecuaciones simultáneas con dos incógnitas y que resolvamos aquí también por suma y resta:

$$2X + 3Z = 11 \quad (a) \quad \text{como los coeficientes de X son}$$

$$2X - 2Z = -4 \quad (b) \quad \text{iguales restamos la ecuación (b) a la ecuación (a)}$$

$$5Z = 15$$

$$Z = 3$$

sustituimos este resultado en (a)

13

$$2X + 3(3) = 11$$

$$2X = 2$$

$$X = 1$$

Sustituimos estos resultados en I, II, ó III; en este caso en (I):

$$X + Y + Z = 6$$

$$1 + Y + 3 = 6$$

$$Y + 4 = 6$$

$$Y = 2$$

#### SOLUCION DE ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO CON UNA INCOGNITA

La forma general de las ecuaciones de segundo grado con una incógnita es  $ax^2 + bx + c = 0$  donde a, b y c son constantes y  $a \neq 0$ .

Como la expresión es un trinomio, siempre que se pueda, conviene factorizarlo como se indicó en la factorización de trinomios; veamos un ejemplo:

$$\begin{aligned} X^2 + 5X - 6 &= 0 && \text{comparativamente} \\ X^2 + (a+b)X - ab &= 0 \\ (X + 6)(X - 1) &= 0 && (X + a)(X - b) = 0 \end{aligned}$$

y para que esto sea cierto:

$$\begin{aligned} X + 6 &= 0 \quad \therefore X = -6 && \text{siendo éstos los valores} \\ X - 1 &= 0 \quad \therefore X = 1 && \text{de la incógnita que satis-} \\ &&& \text{facen la igualdad.} \end{aligned}$$

Este proceso no siempre es fácil de aplicar, por lo que existe otra forma de resolver estas ecuaciones y que consiste en aplicar --



una fórmula general para la solución de las ecuaciones cuadráticas. Veamos como deducir esta fórmula:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$ax^2 + bx = -c \quad \text{restando } c \text{ en la igualdad}$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x = \frac{-c}{a} \quad \text{dividiendo entre } a$$

Si comparamos el primer miembro de esta igualdad con el trinomio cuadrado perfecto:

$$x^2 + 2xy + y^2$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x$$

Notamos que en el segundo término  $ay = \frac{b}{a}$ , por lo que  $y = \frac{b}{2a}$

y para completar el trinomio cuadrado perfecto se necesita :

$$y^2 = \frac{b^2}{4a^2}, \text{ a este proceso se le conoce como completar cuadrados,}$$

entonces:

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} = \frac{-b^2}{4a^2} - \frac{c}{a} \quad \text{sumando } \frac{b^2}{4a^2} \text{ en la igualdad}$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

Factorizando el trinomio cuadrado perfecto en el primer miembro y sumando las fracciones en el segundo

$$x + \frac{b}{2a} = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

obteniendo raíz cuadrada en la igualdad

$$x + \frac{b}{2a} = \frac{b^2 - 4ac}{2a}$$

$$x = -\frac{b}{2a} + \frac{b^2 - 4ac}{2a}$$

restando  $\frac{b}{2a}$  en la igualdad

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

sumando las fracciones y considerando que toda raíz cuadrada tiene signo + y signo -

Ejemplo:

$$x^2 + 5x - 6 = 0 \quad \text{de donde } a = 1, b = 5 \text{ y } c = -6$$

sustituyendo:

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{(5)^2 - 4(1)(-6)}}{2(1)}$$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 24}}{2}$$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{49}}{2}$$

$$x = \frac{-5 \pm 7}{2}$$

$$x_1 = \frac{-5 + 7}{2} = 1$$

$$x_2 = \frac{-5 - 7}{2} = -6$$

En esta fórmula, si el número dentro de la raíz es negativo, la ecuación no tiene soluciones reales.

#### BIBLIOGRAFIA:

- BAIRDOR, Álgebra Elemental, Edit. Cultural Mexicana S. A. México 1974  
 LOVAGLIA, ELMORE, CONWAY, Algebra. Edit. Harla, S.A., México 1973  
 SPIEGEL, Álgebra Superior, Serie Schaum. No. Graw Hill, México 1973

## A R I T M E T I C A

- 1.- NUMEROS REALES (R).- Unión de los Racionales (Q) y los Irracionales (I).
- 2.- NUMEROS NATURALES (N).- Enteros positivos.
- 3.- NUMEROS ENTEROS (Z).- Positivos, negativos y el cero.
- 4.- MULTIPLO.- Número que contiene a otro en un número exacto de veces.
- 5.- SUBMULTIPLO, FACTOR O DIVISOR DE UN NUMERO.- Es el que está contenido en el primero, un número exacto de veces.
- 6.- NUMERO PAR.- Todo número múltiplo de 2.
- 7.- DIVISIBILIDAD POR 2.- Cuando un número termina en cero o en cifra par, es divisible por 2.
- 8.- DIVISIBILIDAD POR 3.- Cuando la suma de los dígitos de un número es múltiplo de tres, dicho número es divisible por tres.
- 9.- DIVISIBILIDAD POR 5.- Cuando un número termina en cero o en cinco, éste es divisible por cinco.
- 10.- DIVISIBILIDAD POR 7.- Se toma la primer cifra de la derecha del número, se multiplica por 2, este producto se resta al número que quedó al quitar la cifra y se repite el proceso hasta que queda un número fácil de determinar si es múltiplo de 7 o bien cero; si así sucede, existe divisibilidad por 7.
- 11.- MAXIMO COMUN DIVISOR (MCD).- De dos o mas números, es el mayor número que los divide a todos ellos exactamente.
- 12.- MINIMO COMUN MULTIPLO (MCM).- De dos o mas números, es el menor número que contiene un número exacto de veces a cada uno de ellos.

13.- **NUMEROS RACIONALES (Q).**- Aquellos que se pueden expresar como la razón  $(a/b)$  de dos enteros, siendo  $b \neq 0$ . A estos números se les conoce también como Fraccionarios. Las fracciones pueden ser de dos tipos:

$$\text{propias } \frac{a}{b} < 1 \qquad \text{impropias } \frac{a}{b} \geq 1$$

14.- **SUMA Y RESTA DE RACIONALES.**- Para sumar o restar dos o mas fracciones, es necesario que éstas tengan un común denominador, logrado esto, se suman o restan los numeradores según sea el caso:

$$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{ad \pm cb}{bd}$$

15.- **MULTIPLICACION DE RACIONALES.**-

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$$

16.- **DIVISION DE RACIONALES.**-

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{ad}{bc}$$

17.- **NUMEROS IRRACIONALES (I).**- Los que no se pueden expresar como la razón entre dos enteros.

18.- **PROPIEDADES DE LAS ESTRUCTURAS NUMERICAS FUNDAMENTALES:**

I.- Inverso aditivo:  $a + (-a) = (-a) + a = 0$

II.- Elemento neutro aditivo:  $a + 0 = 0 + a = a$

III.- Ley de la cancelación de la suma: Si  $a + c = b + c$  entonces  $a = b$ .

IV.- La suma es asociativa:  $a + (b + c) = (a + b) + c$

V.- La suma es conmutativa:  $a + b = b + a$

VI.- Elemento neutro de la multiplicación:  $a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$

VII.- La multiplicación es conmutativa:  $ab = ba$

VIII.- La multiplicación es asociativa:  $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$

IX.- La multiplicación es distributiva respecto a la suma:

$$a(b + c) = ab + ac$$

X.- Ley de la cancelación de la multiplicación:

Si  $ac = bc$  y  $c \neq 0$ , entonces  $a = b$

XI.- Inverso multiplicativo:  $a \cdot a^{-1} = a^{-1} \cdot a = 1$

19.- PROPIEDADES DE ORDEN PARA LOS NUMEROS REALES:

- a). Si  $a < b$  y  $b < c$ , entonces  $a < c$   
b). Ley de tricotomía.- Para cualquier  $a$  y  $b$ , solo es posible una de las siguientes situaciones:

$$a < b \qquad a = b \qquad a > b$$

- c). Si  $a < b$ , entonces  $a + c < b + c$   
d). Si  $a < b$  y  $c > 0$ , entonces  $ac < bc$

20.- LEYES DE LA MULTIPLICACION DE SIGNOS:

$$\begin{array}{ll} (-)(-) = + & (+)(-) = - \\ (-)(+) = - & (+)(+) = + \end{array}$$

A L G E B R A

1.- EXPONENTES Y RADICALES.

Potenciación:  $(x)(x)(x)\dots(x) = x^n$

Propiedades de la potenciación:

$$\begin{array}{ll} a). (x^m)(x^n) = x^{m+n} & d). (xy)^n = x^n y^n \\ b). (x^m)^n = x^{mn} & e). \left[\frac{x}{y}\right]^n = \frac{x^n}{y^n} \\ c). \frac{x^m}{x^n} = x^{m-n} \text{ con } x \neq 0 & \end{array}$$

Con las propiedades anteriores se pueden obtener algunos resultados interesantes:

$$a). x^0 = 1 \qquad b). x^n = \frac{1}{x^{-n}} \qquad c). \sqrt[n]{x^m} = x^{\frac{m}{n}}$$

2.- PRODUCTOS NOTABLES Y SU FACTORIZACION:

- a). Cuadrado de un binomio:  $(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$   
b). Producto de binomios conjugados:  $(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$   
c). Producto de binomios con término común:  
 $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$   
d). Factorización de expresiones con término común:  
 $xw + xy - xz = x(w + y - z)$   
e). Factorización del trinomio cuadrado perfecto:  
 $x^2 + 2xy + y^2 = (x+y)(x+y) = (x+y)^2$   
 $x^2 - 2xy + y^2 = (x-y)(x-y) = (x-y)^2$

f). Factorización de la diferencia de cuadrados:

$$x^2 - y^2 = (x + y)(x - y)$$

g). Factorización de un trinomio:

$$x^2 + (a+b)x + ab = (x+a)(x+b)$$

### 3.- ECUACIONES:

a). Solución de ecuaciones de primer grado con una incógnita. Ejemplo:  $7x + 4 = 3x + 20$

$$\begin{aligned} \text{restando } 3x \text{ y } 4: \quad 7x + 4 - 3x - 4 &= 3x + 20 - 3x - 4 \\ 4x &= 16 \end{aligned}$$

$$\text{dividiendo entre } 4: \quad \frac{4x}{4} = \frac{16}{4}$$

$$\text{resultado:} \quad x = 4$$

b). Solución de ecuaciones simultáneas de primer grado con dos incógnitas. Existen varios métodos:

Método de reducción o suma y resta.

$$\text{Ejemplo:} \quad 6x - 5y = -9 \quad \text{Ec. I}$$

$$4x + 3y = 13 \quad \text{Ec. II}$$

$$\begin{array}{r} \text{multiplicando para igualar} \\ \text{los coeficientes de "y":} \end{array} \quad \begin{array}{r} (6x - 5y = -9) \cdot 3 \\ (4x + 3y = 13) \cdot 5 \end{array}$$

sumando las ecuaciones:

$$\begin{array}{r} 18x - 15y = -27 \\ 20x + 15y = 65 \\ \hline 38x \quad \quad = 38 \end{array}$$

$$\text{resultado:} \quad x = 1$$

$$\text{sustituyendo en Ec. I:} \quad 4(1) + 3y = 13$$

$$\begin{aligned} \text{restando } 4: \quad 4 + 3y - 4 &= 13 - 4 \\ 3y &= 9 \end{aligned}$$

$$\text{dividiendo entre } 3: \quad \frac{3y}{3} = \frac{9}{3}$$

$$\text{resultado:} \quad y = 3$$

Solución final:  $x = 1$ ,  $y = 3$

Método por igualación.

$$\text{Ejemplo:} \quad x + 6y = 27 \quad \text{Ec. I}$$

$$7x - 3y = 9 \quad \text{Ec. II}$$

$$\text{de la Ec. I, despejando "x":} \quad x = 27 - 6y$$

$$\text{de la Ec. II, despejando "x":} \quad x = \frac{9 + 3y}{7}$$

igualando  $x = x$  :

$$27 - 6y = \frac{9 + 3y}{7}$$

multiplicando por 7:

$$7(27 - 6y) = 7 \left[ \frac{9 + 3y}{7} \right]$$

$$189 - 42y = 9 + 3y$$

restando 189 y 3y:

$$189 - 42y - 189 - 3y = 9 + 3y - 189 - 3y$$
$$- 45y = - 180$$

dividiendo entre -45:

$$\frac{-45y}{-45} = \frac{-180}{-45}$$

resultado:

$$y = 4$$

sustituyendo en Ec. I:

$$x + 6(4) = 27$$

restando 24:

$$x + 24 - 24 = 27 - 24$$

resultado:

$$x = 3$$

Solución final:  $x = 3$  ,  $y = 4$

Método por sustitución.

Ejemplo:

$$x + 3y = 6$$

Ec. I

$$5x - 2y = 13$$

Ec. II

de la Ec. I, despejando "x":

$$x = 6 - 3y$$

sustituyéndala en Ec. II :

$$5(6 - 3y) - 2y = 13$$

$$30 - 15y - 2y = 13$$

$$30 - 17y = 13$$

restando 30:

$$30 - 17y - 30 = 13 - 30$$

$$- 17y = - 17$$

dividiendo entre -17:

$$\frac{-17y}{-17} = \frac{-17}{-17}$$

resultado:

$$y = 1$$

sustituyendo en Ec. I:

$$x + 3(1) = 6$$

restando 3:

$$x + 3 - 3 = 6 - 3$$

resultado:

$$x = 3$$

Solución final:  $x = 3$  ,  $y = 1$

c). Solución de sistemas de tres ecuaciones simultáneas con tres incógnitas. Ejemplo:

$$x + y + z = 6$$

Ec. I

$$x - y + 2z = 5$$

Ec. II

$$x - y - 3z = -10$$

Ec. III

tomando Ec. I y II y sumando:

$$x + y + z = 6$$

$$x - y + 2z = 5$$

$$2x \quad + 3z = 11$$

Ec. a

tomando Ec. I y III y sumando:

$$x + y + z = 6$$

$$\frac{x - y - 3z = -10}{2x \quad -2z = -4}$$

$$2x \quad -2z = -4 \quad \text{Ec. b}$$

Las ecuaciones "a" y "b" son simultáneas con dos incógnitas y por lo tanto se resuelven como se vió antes. Para el presente ejemplo, los resultados son:

$$x = 1, \quad y = 2, \quad z = 3$$

d). Solución de ecuaciones de segundo grado con una incógnita.

La forma general de éstas ecuaciones es:  $Ax^2 + Bx + C = 0$ , que es un trinomio, por lo que se pueden resolver por la factorización de dicho trinomio, o mediante la fórmula general.

Ejemplo por factorización:

$$x^2 + 5x - 6 = 0 \quad \text{comparado con} \quad x^2 + (a+b)x - ab = 0$$

$$(x+6)(x-1) = 0 \quad \text{comparado con} \quad (x+a)(x-b) = 0$$

es decir:  $x - 1 = 0$  por lo que  $x_1 = 1$  } Resultados  
 $x + 6 = 0$  por lo que  $x_2 = -6$  }

Ejemplo aplicando la fórmula general  $x = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A}$  :

$$x^2 + 5x - 6 = 0 \quad \text{comparado con} \quad Ax^2 + Bx + C = 0$$

así:  $A = 1$ ,  $B = 5$  y  $C = -6$

sustituyendo:  $x = \frac{-5 \pm \sqrt{(5)^2 - 4(1)(-6)}}{2(1)}$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 24}}{2}$$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{49}}{2}$$

$$x = \frac{-5 \pm 7}{2}$$

$$x = \frac{-5 + 7}{2} \quad \text{por lo que} \quad x = 1$$

$$x = \frac{-5 - 7}{2} \quad \text{por lo que} \quad x = -6$$

Resultados



UNIVERSIDAD DE GUADALAJARA  
CENTRO VOCACIONAL DE ACTIVIDADES INDUSTRIALES  
(SUB-DIVISION DE MATEMATICAS)

DATOS PERSONALES DEL ALUMNO:

CALENDARIO ESCOLAR: \_\_\_\_\_

GRUPO: \_\_\_\_\_ TURNO \_\_\_\_\_ SECC. \_\_\_\_\_ ADIESTRAMIENTO \_\_\_\_\_

TOTAL DE ALUMNOS ANOTADOS EN LISTA \_\_\_\_\_ ASISTEN \_\_\_\_\_

EDAD: \_\_\_\_\_ SEXO \_\_\_\_\_ EDO. CIVIL: \_\_\_\_\_

CASADO: \_\_\_\_\_ SUJETACION LIBRE \_\_\_\_\_

TIENE TRABAJO REMUNERADO. \_\_\_\_\_ DESCRIBA EL PUESTO QUE OCUPA \_\_\_\_\_

VIVE EN CASA: \_\_\_\_\_ PROPIA \_\_\_\_\_ RENTADA \_\_\_\_\_ PRESTADA \_\_\_\_\_

NO. ELICIO ESTE CENTRO VOCACIONAL PENSANDO EN QUE:

- a) VA DE ACUERDO A LA CARRERA QUE DESEA ESTUDIAR
- |    |    |   |
|----|----|---|
| SÍ | No | b) AL TERMINAR PUEDE INCORPORARSE<br>A TRABAJAR EN UN PUESTO ACORDE<br>AL ADIESTRAMIENTO QUE CURSA. |
|    |    | SÍ No   |

c) OTRA RESPUESTA (ESPECIFIQUE): - - - - -

d) PREPARATORIA DE PROCEDENCIA: - - - - -

RESPECTO A LOS CURSOS DE MATEMATICAS QUE HA LLEVADO EN SU BACHILLERATO OPINA QUE:

a) SON INTERESANTES

SÍ	No
----	----

b) UTILES

SÍ	No	PORQUE - - - - -
----	----	------------------

c) HAN SIDO DIFICILES

SÍ	No	¿O QUE LO ATRIBUYES?
----	----	----------------------

d) ¿HA PRESENTADO EXAMEN EXTRAORDINARIO EN MATEMATICAS?

I	II	III	IV	V	VI
SÍ No	SÍ No	SÍ No	SÍ No	SÍ No	SÍ No

e) ¿ES O HA SIDO IRREGULAR EN MATEMATICAS?

I	II	III	IV	V	VI
SÍ No	SÍ No	SÍ No	SÍ No	SÍ No	SÍ No

ALUMNO: - - - - - FIRMA - - - - -



UNIVERSIDAD DE GUADALAJARA  
CENTRO VOCACIONAL DE ACTIVIDADES INDUSTRIALES  
(DIVISION DE MATEMATICAS)

PRUEBA DE DIAGNOSTICO PARA LOS ANTECEDENTES ALGEBRAICOS DE LA  
UNIDAD No. 1 DE MATEMATICAS V.

ALUMNO: \_\_\_\_\_ CALENDARIO ESCOLAR \_\_\_\_\_  
GRUPO \_\_\_\_\_ TURNO \_\_\_\_\_ SECC. \_\_\_\_\_ ADIESTRAMIENTO \_\_\_\_\_

1). Los números reales están constituidos por los conjuntos de -  
los naturales, los enteros, los racionales y los irracionales. -  
Defina cada uno de estos conjuntos.

- a). Naturales:  $N=$   
b). Enteros:  $Z=$   
c). Racionales:  $Q=$   
d). Irracionales:  $I=$   
e). Reales:  $R=$

2). En el lenguaje de las matemáticas se emplean signos de opera-  
ción, de relación y de agrupación. En los que se listan a conti-  
nuación, escriba a la derecha de cada uno de ellos una O si el -  
signo es de operación, una R si es de relación y una A si se tra-  
ta de un signo de agrupación:

+	( )	x	RADICACION
=	POTENCIA	[ ]	÷
{ }	>	-	<

3). De la expresión algebraica  $2x - 3y + 5x^2y + \frac{56}{2}x$ , conteste:

- a). Cuantos términos la forman? \_\_\_\_\_  
b). Cuantos términos son negativos? \_\_\_\_\_  
c). Cuantos son semejantes entre sí? \_\_\_\_\_  
d). Cual es el coeficiente de  $x^2y$ ? \_\_\_\_\_

4). Realice las siguientes operaciones:

a).  $8 + (-8) =$

b).  $4(2+3)^2 - 20 =$

c).  $6 - \frac{5^1}{2} + \frac{1^1}{3} =$

d).  $\sqrt{[5 - (-3)]^2 + [(-4) - (2)]^2} =$

e).  $\frac{8}{4} =$

f).  $\frac{0}{4} =$

g).  $\frac{4}{0} =$

h).  $\sqrt[3]{a^2} =$

i).  $(a^2)^3 =$

j).  $(a^2)(a^3) =$

5). A partir de las expresiones algebraicas escritas a continuación, despeje la variable (incógnita) "x". En cada caso indique el procedimiento:

a).  $x + 2x - a = c$

b).  $x + \frac{x}{3} - c = 0$

c).  $2x + ax + bx = c + 3$

d).  $\frac{(x - p)}{(q - x)} = \frac{a}{b}$

# C R O N O G R A M A

CUADRO No. 1

ACTIVIDADES	AÑO																											
	1 9 8 9															1 9 9 0												
	MES	AGO.				SEPT.				OCT.				NOV.			DIC.	ENE.				FEB.						
SEM.	I	II	III	IV	I	II	III	IV	I	II	III	IV	I	II	III	IV	V	I	II	III	IV	I	II	III	IV			
ELABORACION DEL TEST DE DIAGNOSTICO	■																											
ELABORACION DE LOS ANEXOS					■																							
ELABORACION DE LA SINTESIS DE ANEXOS					■																							
ELABORACION DEL SISTEMA DE EVALUACION	■																											
ELABORACION DE LA ENCUESTA SOCIO-ECONOMICA					■																							
<b>ACTIVIDADES DURANTE EL CURSO</b>																												
APLICACION DEL TEST DE DIAGNOSTICO					■																							
APLICACION DE LOS TRATAMIENTOS					■																							
APLICACION DE LA ENCUESTA SOCIO-ECONOMICA																					■							
<b>ACTIVIDADES POSTERIORES AL CURSO</b>																												
ANALISIS ESTADISTICO																■												
ELABORACION DE LAS CONCLUSIONES																					■							
ELABORACION DEL REPORTE DE LA INVESTIGACION																					■							

NOTA: - - - - - = IMPRESION

CENTRO VOCACIONAL DE ACTIVIDADES INDUSTRIALES  
( SUB-DIVISION DE MATEMATICAS )



RESULTADOS DE LA PRUEBA DE DIAGNOSTICO  
CICLO ESCOLAR 89-B ALUMNOS VALORADOS 157

CONCEPTO U OPERACIONES EXAMINADOS	ALUMNOS QUE CONTESTARON			
	CORRECTAMENTE		INCORRECTA O NO CONTESTARON	
	Núm.	%	Núm.	%
1) CONJUNTE DE LOS NUMEROS				
A) NATURALES	58	36.9	99	63.1
B) ENTEROS	41	26.1	116	73.9
C) RACIONALES	31	19.7	126	80.2
D) IRRACIONALES	5	3.2	152	96.8
E) REALES	14	8.9	143	91.1
2) SIGNOS DE :				
A) OPERACION	111	70.7	46	29.3
B) RELACION	116	73.9	41	26.1
C) AGRUPACION	140	89.2	17	10.8
3) A) DISTINGUEN UN TERMINO	143	91.1	14	8.9
B) TERMINO ALGEBRAICO CON SU SIGNO	152	96.8	5	3.2
C) SABEN SI SON DOS O MAS TERMINOS SON SEMEJANTES.	115	73.2	42	26.7
D) TIENEN LA IDEA DE COEFICIENTE	106	67.5	51	32.5
4) OPERAN CORRECTAMENTE CON:				
A) SUMA DE ENTEROS	126	80.2	31	19.7
B) SUMA DE RACIONALES	47	29.9	110	70.1
C) LEYES DE LOS SIGNOS	51	32.5	106	67.5
D) LOS SIGNOS DE AGRUPACION	52	33.1	105	66.9
E) POTENCIAS	83	52.9	74	47.1
F) DIVISION DE $\frac{a}{c}$ y $\frac{c}{o}$	15	9.5	142	90.4
G) RADICALES	32	20.4	125	79.6
5) A) DESPEJAN CORRECTAMENTE	63	40.1	94	59.9
B) NO DESPEJAN CORRECTAMENTE PORQUE CARECEN DEL CONCEPTO DE :				
I ) COEFICIENTE				
II ) TERMINOS SEMEJANTES				
III ) FACTOR COMUN				
IV ) "LEY DE LA BALANZA"				
V ) TIENEN PROBLEMAS DE ABSTRACCION				

SITUACION SOCIO-ECONOMICA, RAZONES PARA ELEGIR EL C.V.A.I., OPINION RESPECTO A LOS CURSOS DE MATEMATICAS Y ANTECEDENTES DE SUS CALIFICACIONES EN ESTA ASIGNATURA EN EL NIVEL MEDIO SUPERIOR, DE LOS ALUMNOS BAJO ESTUDIO.

Total de alumnos encuestados 158.

EDAD (años):

16-17 74 % 46.8. 18-19 74 % 46.8. 20 o más 10 % 6.3.  
No contestaron 0 % 0.

SEXO:

Masc. 147 % 93.0. Fem. 11 % 7.0. No contestaron 0 % 0.

ESTADO CIVIL:

Casado 0 % 0. Soltero 157 % 99.4. Unión libre 0 % 0.  
No contestaron 1 % 0.6.

TRABAJO REMUNERADO:

Si 56 % 35.4. No 84 % 53.2. No contestaron 18 % 11.4.

CASA:

Propia 135 % 85.4. Rentada 18 % 11.4. Prestada 1 % 0.6.  
No contestaron 4 % 2.5.

RAZONES PARA ELEGIR EL C.V.A.I.  
DE ACUERDO A LA CARRERA DESEADA:

Si 125 % 79.1. No 22 % 13.9. No contestaron 11 % 7.0.

PARA INCORPORARSE A TRABAJAR EN ESTA AREA:

Si 101 % 63.9. No 38 % 24.0. No contestaron 19 % 12.0.

PREPARATORIA DE PROCEDENCIA:

No. 1 10 % 6.3. No. 2 20 % 12.7. No. 3 3 % 1.9.  
No. 4 8 % 5.1. No. 5 19 % 12.0. No. 6 38 % 24.0.  
No. 7 7 % 4.4. Esc.Voc. 37 % 23.4. No contestaron 16 % 10.1.

OPINION RESPECTO A LOS CURSOS DE MATEMATICAS DEL BACHILLERATO.  
INTERESANTES:

Si 135 % 85.4. No 6 % 3.8. No contestaron 17 % 10.8.

UTILES:

Si 141 % 89.2. No 11 % 7.0. No contestaron 6 % 3.8.

DIFICILES:

Si 72 % 45.6. No 73 % 46.2. No contestaron 13 % 8.2.

77 pags

SITUACION SOCIO-ECONOMICA....(continuación).

PRESENTARON EXAMEN EXTRAORDINARIO DE MATEMATICAS EN EL SEMESTRE

I:	Si <u>41 % 25.9</u> .	No <u>106 % 67.1</u> .	No contestaron <u>11 % 7.0</u>
II:	Si <u>46 % 29.1</u> .	No <u>100 % 63.3</u> .	No contestaron <u>12 % 7.6</u>
III:	Si <u>42 % 26.6</u> .	No <u>101 % 63.9</u> .	No contestaron <u>15 % 9.5</u>
IV:	Si <u>21 % 13.3</u> .	No <u>122 % 77.2</u> .	No contestaron <u>15 % 9.5</u>

HAN SIDO ALUMNOS IRREGULARES EN MATEMATICAS EN EL SEMESTRE.

I:	Si <u>29 % 18.3</u> .	No <u>117 % 74.0</u> .	No contestaron <u>12 % 7.6</u>
II:	Si <u>28 % 17.7</u> .	No <u>115 % 72.8</u> .	No contestaron <u>15 % 9.5</u>
III:	Si <u>25 % 15.8</u> .	No <u>117 % 74.0</u> .	No contestaron <u>16 % 10.1</u>
IV:	Si <u>15 % 9.5</u> .	No <u>122 % 77.2</u> .	No contestaron <u>21 % 13.3</u>
V:	Si <u>10 % 6.3</u> .	No <u>35 % 22.2</u> .	No contestaron <u>89 % 56.3</u>